

1. [10 คะแนน] แผ่นบางรูปสามเหลี่ยมบนระนาบ xy มีจุดยึดอยู่บนตำแหน่ง $(0, 0)$, (L, L) และ $(2L, 0)$ และมีความหนาแน่นสม่ำเสมอ
 - (a) [3 คะแนน] จงใช้เรขาคณิตเพื่อหาตำแหน่งของจุดตัดของเส้นมัธยฐานของสามเหลี่ยมนี้
 - (b) [7 คะแนน] จงหาตำแหน่งศูนย์กลางมวลของแผ่นสามเหลี่ยมนี้

2. [15 คะแนน] พืชชำหนึ่งสไลซ์เป็นแผ่นบางมีขนาดเป็น $1/4$ ของวงกลมที่มีรัศมี a พืชชำชิ้นนี้มีความหนาแน่นเชิงพื้นผิวเป็นฟังก์ชันของตำแหน่งตามสมการ $\lambda = \lambda_0 \cos \theta$ โดยที่ θ เป็นมุมที่วัดจากแกนสมมาตรที่กึ่งกลางชิ้น
- (a) [5 คะแนน] จงหามวลรวมของพืชชำชิ้นนี้
 - (b) [5 คะแนน] จงหาตำแหน่งศูนย์กลางมวลของพืชชำชิ้นนี้
 - (c) [5 คะแนน] จงหาโมเมนต์ความเฉื่อยรอบแกนสมมาตรของพืชชำชิ้นนี้

3. [15 คะแนน] ยุงตัวหนึ่งบินอยู่ในห้อง โดยอุณหภูมิที่ตำแหน่งใดๆ ในห้องถูกกำหนดด้วยฟังก์ชันต่อไปนี้

$$T(x, y, z) = x^2 + y^2 + 2z^2$$

(โดยกำหนดให้ x, y, z เป็นระยะทางในด้านกว้างยาวสูงจากมุมห้องตามลำดับ)

- (a) [8 คะแนน] ในขณะที่ยุงอยู่ที่ตำแหน่ง $(1, 1, 1)$ ถ้ายุงรู้สึกร้อนจึงต้องการบินไปในทิศทางที่อุณหภูมิลดลงเร็วที่สุด ยุงต้องบินไปในทิศใด
- (b) [7 คะแนน] ในขณะที่ยุงอยู่ที่ตำแหน่ง $(1, 1, 1)$ ถ้ายุงบินไปในทิศทาง $\hat{n} = \frac{1}{\sqrt{2}}(\hat{i} + \hat{j})$ อัตราการเปลี่ยนแปลงอุณหภูมิที่ยุงรู้สึกคือเท่าไร

4. [15 คะแนน]

- (a) [4 คะแนน] จงหา gradient ของสนาม $\phi = xy + yz + z \sin x$
- (b) [3 คะแนน] จงหา divergence ของสนามเวกเตอร์ $\vec{F} = (y^2 - x^2)\hat{i} + (2xy - y)\hat{j} + 3z\hat{k}$
- (c) [4 คะแนน] จงหา curl ของสนามเวกเตอร์ในข้อ (b)
- (d) [4 คะแนน] จงหา Laplacian ของสนามเวกเตอร์ในข้อ (a)

5. [15 คะแนน] จงพิจารณาสนามเวกเตอร์ต่อไปนี้

$$\vec{F} = x\hat{i} + y\hat{j}$$

- (a) [9 คะแนน] จงหางานที่สนามนี้ทำระหว่างจุด $(0, 0)$ ถึงจุด $(1, 1)$ ผ่านเส้นทางต่อไปนี้
- เส้นตรงจาก $(0, 0)$ ไป $(0, 1)$ ต่อด้วยเส้นตรงจาก $(0, 1)$ ไป $(1, 1)$
 - เส้นตรงทแยงจาก $(0, 0)$ ไป $(1, 1)$
- (b) [6 คะแนน] จงตรวจสอบว่าสนามนี้เป็นสนามอนุรักษ์หรือไม่ และในกรณีที่เป็นสนามอนุรักษ์ให้หาสนามศักย์ที่เกี่ยวข้องกัน

6. [15 คะแนน] พิจารณาสนามเวกเตอร์ที่กำหนดโดยสมการ

$$\vec{F} = (z + 3)\hat{i} - (1 + 2z)\hat{j} + (4y - x)\hat{k}$$

- (a) [8 คะแนน] จงหางานที่แรงนี้ทำรอบรูปสามเหลี่ยมที่มีจุดยอดอยู่ที่ $(0, 0)$, $(1, 0)$ และ $(1, 2)$ โดยเริ่มต้นจากจุด $(0, 0)$ และวนทวนเข็มนาฬิกาจนกลับมาถึงจุดเริ่มต้น
- (b) [4 คะแนน] จงพิสูจน์ว่างานที่แรงนี้ทำรอบเส้นปิดใดๆ ที่อยู่บนระนาบ xy มีค่าเป็นศูนย์เสมอ
- (c) [3 คะแนน] เมื่องานที่แรงนี้กระทำรอบเส้นปิดใดๆ บนระนาบ xy เป็นศูนย์เสมอแล้ว เราสามารถสรุปได้ว่าแรงนี้เป็นแรงอนุรักษ์หรือไม่ เพราะเหตุใด

7. [15 คะแนน] พิจารณาสนามเวกเตอร์

$$\vec{F} = x\hat{i} + 3z\hat{k}$$

- (a) [7 คะแนน] จงคำนวณฟลักซ์รวมของสนามนี้ ($\oint \vec{F} \cdot d\vec{A}$) รอบกล่องปิดรูปสี่เหลี่ยมมุมฉากที่วางตัวขนานกับแกน x, y, z และมีจุดยอดที่ตรงข้ามกันอยู่ที่ตำแหน่ง $(0, 0, 0)$ และ (a, b, c) ตามลำดับ
- (b) [6 คะแนน] จงคำนวณ $\int \nabla \cdot \vec{F} dV$ บนปริมาตรของกล่องสี่เหลี่ยมในข้อ (a)
- (c) [2 คะแนน] จงอธิบายเหตุผลว่าทำไมคำตอบในข้อ (a) และ (b) จึงเท่ากัน

หน้านี้เป็นกระดาษเปล่า ให้ใช้ได้ถ้าต้องการพื้นที่เขียนคำตอบเพิ่ม กรุณาเขียนเลขข้อที่กำลังทำให้ชัดเจน

หน้านี้เป็นกระดาษเปล่า ให้ใช้ได้ถ้าต้องการพื้นที่เขียนคำตอบเพิ่ม กรุณาเขียนเลขข้อที่กำลังทำให้ชัดเจน

หน้านี้เป็นกระดาษเปล่า ให้ใช้ได้ถ้าต้องการพื้นที่เขียนคำตอบเพิ่ม กรุณาเขียนเลขข้อที่กำลังทำให้ชัดเจน