

SCPY205 Homework 13

ไม่ต้องส่ง แต่ให้ลองทำเพื่อเตรียมสอบ

1. พิจารณาสนามเวกเตอร์ $\vec{v} = (x^2 - y^2)\hat{i} + 2xy\hat{j}$

(a) จงคำนวณ $\oint \vec{v} \cdot d\vec{r}$ บนเส้นทางสี่เหลี่ยมมุมฉากที่ล้อมรอบด้วยเส้น $x = 0$, $x = a$, $y = 0$ และ $y = b$

(b) จงคำนวณ $\int \nabla \times \vec{v} \cdot d\vec{A}$ บนพื้นที่สี่เหลี่ยมเดียวกัน

(คำตอบทั้งสองข้อควรจะเท่ากันเพราะ Stoke's theorem)

2. พิจารณาสนามเวกเตอร์ $\vec{v} = (x - x^2z)\hat{i} + (yz^3 - y^2)\hat{j} + (x^2y - xz)\hat{k}$ จงพิสูจน์ว่าสำหรับสนามนี้ $\oint \vec{v} \cdot d\vec{r} = 0$ สำหรับเส้นทางปิดใดๆ ที่อยู่บนระนาบ xy

3. พิจารณาสนามเวกเตอร์ $\vec{F} = r^2\vec{r} = (x^2 + y^2 + z^2)(x\hat{i} + y\hat{j} + z\hat{k})$

(a) จงคำนวณ $\oint \vec{F} \cdot d\vec{A}$ บนพื้นที่ผิวของทรงกลมรัศมี 5 หน่วยที่มีศูนย์กลางที่จุด O

(b) จงคำนวณ $\int \nabla \cdot \vec{F} dV$ ในปริมาตรที่ถูกล้อมรอบด้วยทรงกลมเดียวกัน

(คำตอบทั้งสองข้อควรจะเท่ากันเพราะ Divergence theorem)

4. พิจารณาสนามเวกเตอร์ $\vec{F} = (x^3 - x^2)y\hat{i} + (y^3 - 2y^2 + y)x\hat{j} + (z^2 - 1)\hat{k}$

(a) จงหา $\oint \vec{F} \cdot d\vec{A}$ บนพื้นผิวของกล่องสี่เหลี่ยมมุมฉากขนาด $1 \times 1 \times 1$ ที่อยู่ใน first octant และมีมุมหนึ่งอยู่ที่จุด $(0, 0, 0)$

(b) จงคำนวณ $\int \nabla \cdot \vec{F} dV$ บนปริมาตรของกล่องเดียวกัน

(คำตอบทั้งสองข้อควรจะเท่ากันเพราะ Divergence theorem)