

SCPY208 การบ้านชุดที่ 3

ส่งภายในวันศุกร์ที่ 2 เมษายน 2564

1. พิจารณา Binomial distribution ที่มีจำนวน trial n ครั้ง และความน่าจะเป็นที่จะ success เป็น p ความน่าจะเป็นที่จะเกิด success x ครั้งสามารถเขียนได้ด้วย probability distribution function $f(x)$

I จงคำนวณ $f(x)$ และเขียนกราฟระหว่าง x และ $f(x)$

II จงเขียนกราฟระหว่าง x/n (บนแกน x) และ $nf(x)$ (บนแกน y)

III จงคำนวณ cumulative distribution $F(x)$ และเขียนกราฟระหว่าง x และ $F(x)$

IV จงคำนวณหาค่า mean (expected value) ของแต่ละ distribution

V จงหาค่า median และ mode ของแต่ละ distribution โดยอ่านจากกราฟที่วาด

(a) $n = 8, \quad p = \frac{1}{2}$

(b) $n = 10, \quad p = \frac{1}{6}$

(c) $n = 50, \quad p = \frac{1}{4}$

(d) $n = 50, \quad p = \frac{3}{4}$

2. พิจารณา Poisson distribution ที่มีค่าเฉลี่ยของจำนวนเหตุการณ์ที่เกิดขึ้นในช่วงเวลาหนึ่งเป็น λ ความน่าจะเป็นที่จะเกิดเหตุการณ์ x ครั้งในช่วงเวลาเดียวกันสามารถเขียนได้ด้วย probability distribution function $f(x)$

I จงคำนวณ $f(x)$ และเขียนกราฟระหว่าง x และ $f(x)$

II จงคำนวณ cumulative distribution $F(x)$ และเขียนกราฟระหว่าง x และ $F(x)$

III จงหาค่า mean (expected value) ของ x

IV จงอ่านค่า median และ mode ของแต่ละ distribution โดยอ่านจากกราฟที่วาด

(a) $\lambda = 0.5$

(b) $\lambda = 2$

(c) $\lambda = 10$

(d) $\lambda = 50$

3. ชายคนหนึ่งซื้อสลากกินแบ่งรัฐบาลงวดละหนึ่งใบติดกัน 150 งวด ในแต่ละงวดความน่าจะเป็นที่จะถูกเลขท้ายสองตัวคือ $p = 0.01$

- (a) จงหาความน่าจะเป็นที่ชายคนนี้จะไม่ถูกรางวัลเลขท้ายสองตัวเลย
- (b) จงหาความน่าจะเป็นที่ชายคนนี้จะถูกรางวัลเลขท้ายสองตัว 1, 2, 3, 4 ครั้ง
- (c) จงหาความน่าจะเป็นที่ชายคนนี้จะถูกรางวัลเลขท้ายสองตัว 5 ครั้งขึ้นไป

4. จำนวนอนุภาคแอลฟาจากแหล่งกำเนิดหนึ่งถูกวัดทุกๆ หนึ่งนาที่เป็นเวลารวมกัน 50 ชั่วโมง จำนวนอนุภาคแอลฟาทั้งหมดที่วัดได้ใน 50 ชั่วโมงคือ 9000 อนุภาค จงหาจำนวนนาที่ที่วัดจำนวนอนุภาคแอลฟาได้ดังนี้

- (a) 0 อนุภาค
- (b) 1 หรือ 2 อนุภาค
- (c) ระหว่าง 3 ถึง 5 อนุภาค
- (d) มากกว่า 5 อนุภาค

5. คะแนนสอบของนักเรียนทั้งหมดในชั้นเรียนหนึ่งมีการกระจายเป็น Normal distribution ที่มีค่าเฉลี่ย μ และมีค่า standard deviation σ

(a) สมมติว่าอาจารย์ตั้งใจจะตัดเกรดอิงกลุ่ม โดยใช้เกณฑ์ในการตัดเกรดดังนี้

- A: $\mu + \frac{3}{2}\sigma$ ขึ้นไป
- B: ระหว่าง $\mu + \frac{1}{2}\sigma$ ถึง $\mu + \frac{3}{2}\sigma$
- C: ระหว่าง $\mu - \frac{1}{2}\sigma$ ถึง $\mu + \frac{1}{2}\sigma$
- D: ระหว่าง $\mu - \frac{3}{2}\sigma$ ถึง $\mu - \frac{1}{2}\sigma$
- F: $\mu - \frac{3}{2}\sigma$ ลงไป

จงหาจะมีนักเรียนกี่เปอร์เซ็นต์ของทั้งชั้นเรียนที่ได้เกรดแต่ละเกรด

(b) สมมติว่าอาจารย์ต้องการตัดเกรดอิงกลุ่ม โดยต้องการให้จำนวนเปอร์เซ็นต์ของนักเรียนที่ได้เกรดต่างๆ เป็นดังนี้

- A: 15%
- B: 40%
- C: 30%
- D: 10%
- F: 5%

อาจารย์จะต้องตั้งเกณฑ์สำหรับเกรดต่างๆ ที่คะแนนเท่าใด

-
6. จงคำนวณความน่าจะเป็นต่อไปนี้โดยใช้ Binomial distribution โดยตรง และนำมาเปรียบเทียบกับการใช้ Normal distribution เพื่อประมาณ Binomial distribution
- (a) ความน่าจะเป็นที่โยนเหรียญ 100 ครั้งแล้วจะออกหัวระหว่าง 49 ถึง 51 ครั้ง
 - (b) ความน่าจะเป็นที่โยนลูกเต๋า 600 ครั้งแล้วจะออกเลข 1 เป็นจำนวน 99 ครั้ง
7. จงคำนวณความน่าจะเป็นต่อไปนี้โดยใช้ Binomial distribution โดยตรง และนำมาเปรียบเทียบกับการใช้ Poisson distribution เพื่อประมาณ Binomial distribution
- (a) ความน่าจะเป็นที่ในคน 300 คนที่ซื้อล็อตเตอรี่แบบสุ่ม จะมี 4 คนที่ถูกรางวัลเลขท้ายสองตัว
 - (b) ความน่าจะเป็นที่ในบรรดาคน 3000 คน จะมีคนที่เกิดวันที่ 29 กุมภาพันธ์อยู่ 2 คน
8. จงคำนวณความน่าจะเป็นต่อไปนี้โดยใช้ Poisson distribution โดยตรง และนำมาเปรียบเทียบกับการใช้ Normal distribution เพื่อประมาณ Poisson distribution
- (a) แหล่งกำเนิดรังสีมีอัตราการปล่อยรังสีแกมมาเฉลี่ย 1200 โฟตอนต่อนาที แหล่งกำเนิดนี้ถูกวัดเป็นเวลา 10 วินาที จงหาความน่าจะเป็นที่จะวัดได้ระหว่าง 195 ถึง 205 อนุภาค
 - (b) ประเทศไทยในช่วงฤดูฝนเกิดฟ้าแลบโดยเฉลี่ย 0.25 ครั้งต่อหนึ่งตารางกิโลเมตรต่อวัน ทำให้ในเขตกรุงเทพมหานครซึ่งมีพื้นที่ประมาณ 1500 ตารางกิโลเมตรเกิดฟ้าแลบโดยเฉลี่ย 375 ครั้งต่อวัน จงหาความน่าจะเป็นที่วันหนึ่งในช่วงฤดูฝนจะเกิดฟ้าแลบเป็นจำนวน 400 ครั้งในกรุงเทพมหานคร