Accuracy of two-dimensional high-order lattice Boltzmann method with regularization for transition flows

ความแม่นยำของวิธีการแลตติสโบลตซ์มานน์ด้วยเรกิวลาริเซชันสำหรับการไหลแบบทรานซิชัน

(T. Nakprapatsorn, P. Wongwaitayakornkul*, K. Malakit, T. Pianpanit, and **D. Ruffolo,** Accuracy of Two-Dimensional High-Order Lattice Boltzmann Method with Regularization for Transition Flows, *Phys. Fluids,* **37,** 023130 (4.1) https://doi.org/10.1063/5.0252628)

We study the enhancement of the accuracy of the high-order lattice Boltzmann method (LBM) for computer simulation of fluid flows in both the order of equilibrium-distribution expansion and the degree of precision of the Gauss–Hermite quadrature. Furthermore, we investigate the accuracy of high-order regularization. We utilize two-dimensional Kolmogorov flow and Taylor–Green vortex flow over a wide range of Knudsen numbers (Kn) as the benchmark. The degree of precision of the Gauss–Hermite quadrature is assessed up to 33, the order of the equilibrium-distribution expansion is up to 14, and the order of regularization is up to 10. We compare the results to the direct simulation Monte Carlo (DSMC) method. The results indicate an improvement from increasing the degree of precision but not from increasing the order of equilibrium-distribution expansion. At Kn ~ 0.1, the results from LBM with regularization agree with the theoretical solution. At Kn >= 1, the results from LBM with regularization contain oscillation, which is reduced as we increase the order of regularization. For a given order of regularization, there exists a numerical stability threshold for the degree of precision. This is in contrast to the order of equilibrium-distribution expansion, which has been known to have no stability restriction on the degree of precision used. When the simulation with regularization is stable, the degree of precision does not contribute to the accuracy of the simulation result. Conversely, the simulation without regularization, which should be equivalent to keeping the nonequilibrium distribution to infinite order, is stable no matter what degree of precision is chosen. Moreover, the accuracy of the simulation without regularization depends on the degree of precision used.

เราศึกษาการเพิ่มความแม่นยำของวิธีการแลตติสโบลตซ์มานน์ (lattice Boltzmann method; LBM) เพื่อจำลองการไหลของของไหลด้วยคอมพิวเตอร์ โดยปรับทั้งอันดับของเอกซ์แปนซันการกระจายตัวในสมดุล และระดับความละเอียดของควาดราชัวร์เกาส์-เอร์มิต นอกจากนั้น เรายังศึกษาความแม่นยำด้วยเรกิวลาริเซชันอันดับสูง เราทบสอบผลการจำลองการไหลมาตรฐานในสองมิติแบบโคลโมโกโรฟ และแบบเทย์เลอร์-กรีนวอร์เทกซ์ สำหรับช่วงกว้างของเลขคนุดเซน (Knudsen numbers; Kn) เราทบสอบระดับความละเอียดของควาดราชัวร์เกาส์-เอร์มิตจนถึงระดับ 33 อันดับของเอกซ์แปนซันการกระจายตัวในสมดุลจนอันดับ 14 และเรกิวลาริเซชันถึงอันดับ 10 เราได้เปรียบเทียบกับผลจากวิธีการจำลองมอนทีคาร์โลตรง โดยผลลัพธ์แสดงถึงการปรับปรุงดีขึ้นเมื่อเพิ่มระดับความละเอียด แต่ไม่ดีขึ้น

เมื่อเพิ่มอันดับของเอกซ์แปนซันการกระจายตัวในสมดุล ณ Kn ~ 0.1 ผลจาก LBM ด้วยเรกิวลาริเซชันสอดคล้องกับผลเฉลยทางทฤษฎี ณ Kn >= 1 (การไหลแบบทรานซิชันจากการชนมากสู่การชนน้อย) ผลจาก LBM ด้วยเรกิวลาริเซชันมีการสั่น ซึ่งลดลงเมื่อเพิ่มอันดับของเรกิวลาริเซชัน สำหรับแต่ละอันดับของเรกิวลาริเซชัน มีขั้นต่ำของระดับความละเอียดเพื่อให้การคำนวณมีเสถียรภาพ ซึ่งแตกต่างจากเอกซ์แปนซันการกระจายตัวในสมดุล ซึ่งไม่มีเงื่อนไขเชิงเสถียรภาพสำหรับระดับความละเอียด ต่อเมื่อการจำลองด้วยเรกิวลาริเซชันมีเสถียรภาพ ระดับความละเอียดไม่มีผลต่อความแม่นยำของผลการจำลอง และในทางกลับกัน การจำลองโดยไม่มีเรกิวลาริเซชัน ซึ่งหมายถึงการเก็บการกระจายตัวนอกสมดุลจนอันดับอนันต์ มีเสถียรภาพสำหรับทุก ๆ ระดับความละเอียด และความแม่นจำของการจำลองโดยไม่มีเรกิวลาริเซชันนั้น ขึ้นอยู่กับระดับความละเอียดที่ใช้

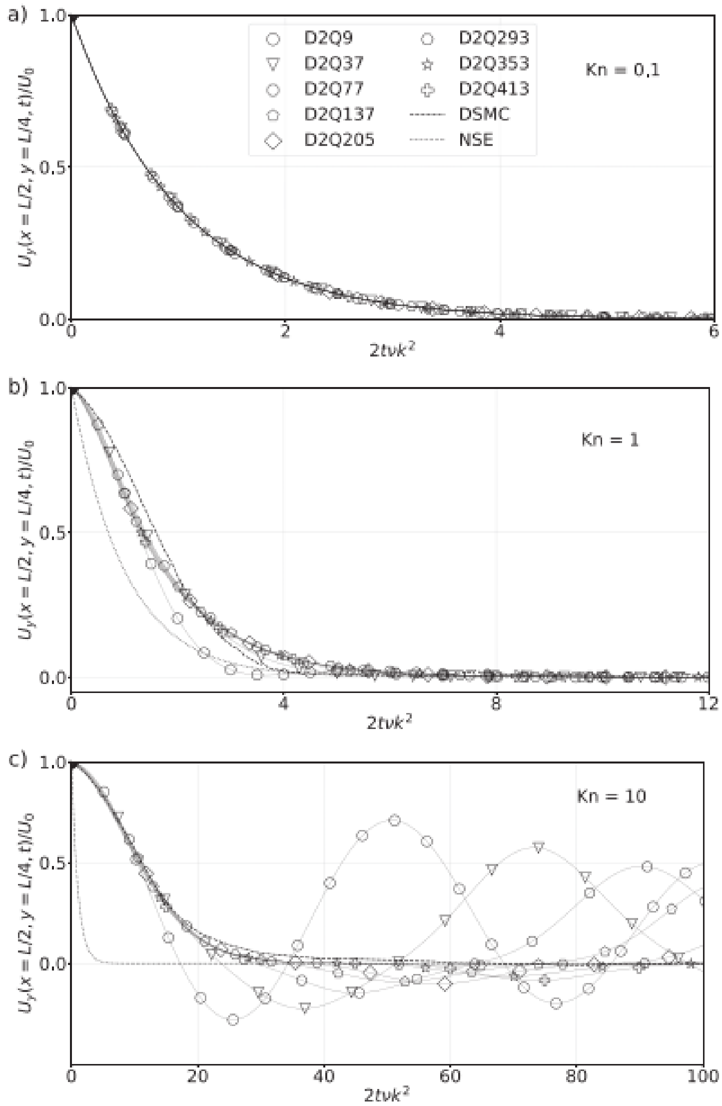

FIG. 4. Comparison of the decay of the peak velocity vs time in Taylor–Green flow over (a) Kn = 0.1, (b) Kn = 1, and (c) Kn = 10, as simulated by the different lattice Boltzmann methods with $n_{eq} = 2$, the direct simulation Monte Carlo, and the analytic solution obtained from the Navier–Stokes equation, which provides a poor approximation to the kinetic physics at Kn $\gtrsim 1$.