

Electromagnetism

แม่เหล็กไฟฟ้า

Suraphong Yuma (suraphong.yum@mahidol.ac.th)

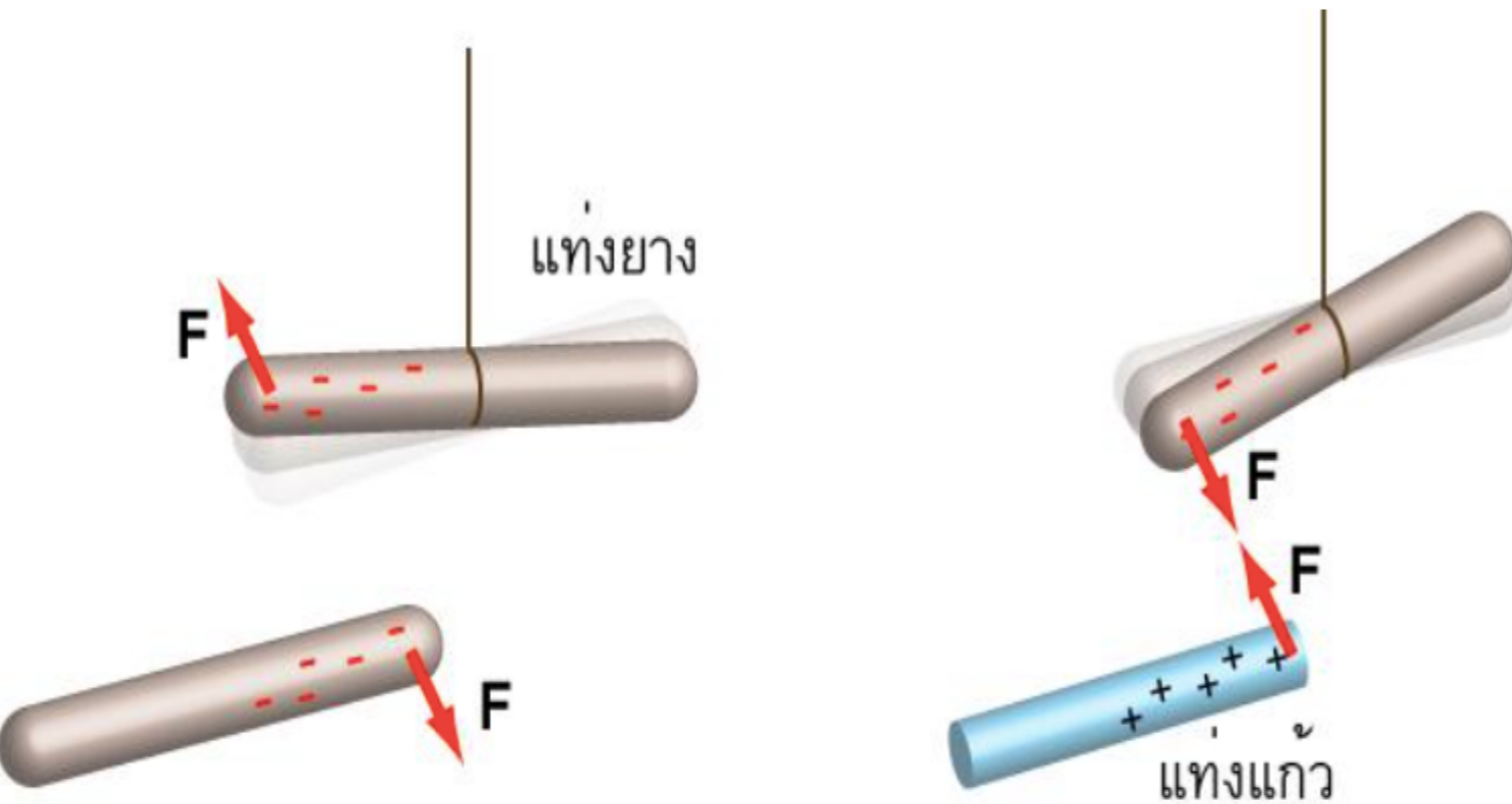
Office: P619 (Payathai campus)

Kittiwit Matan (kittiwit.mat@mahidol.ac.th)

Office: P622 (Payathai campus)

ประจุไฟฟ้าและแรงไฟฟ้า

- ไฟฟ้าสถิตเกิดจากการที่สสารไม่เป็นกลางทางไฟฟ้า



- เช่น เอาผ้าหรือขนสัตว์ถูกับแท่งอำพัน หรือ ยางแข็ง

- จะเกิดการแลกเปลี่ยนประจุ (Charge) หรือ ประจุไฟฟ้า (Electric charge)

- ทำให้มีการผลักรันของประจุเดียวกัน หรือดึงดูดกันของประจุต่างขั้วกัน

ประจุไฟฟ้าและแรงไฟฟ้า



©Wikipedia

Charles-Augustin de Coulomb

- ในระบบ SI (Système International d'Unités) ประจุมีหน่วยเป็น คูลอมบ์ (Coulomb) และใช้ตัวย่อ C
 - ประจุของอิเล็กตรอนมีค่า -1.6×10^{-19} C
 - ประจุของโปรตอน มีประจุ $+1.6 \times 10^{-19}$ C

Charge and Mass of the Electron, Proton, and Neutron

Particle	Charge (C)	Mass (kg)
Electron (e)	$-1.602\,191\,7 \times 10^{-19}$	$9.109\,5 \times 10^{-31}$
Proton (p)	$+1.602\,191\,7 \times 10^{-19}$	$1.672\,61 \times 10^{-27}$
Neutron (n)	0	$1.674\,92 \times 10^{-27}$

ประจุไฟฟ้าและแรงไฟฟ้า

- แรงไฟฟ้า (Electric force, f_e) คือ แรงที่ประจุไฟฟ้ากระทำต่อกัน และเป็นไปตามกฎของคูลอมบ์ (Coulomb's law)

$$F_e = \frac{kq_1q_2}{r^2}$$

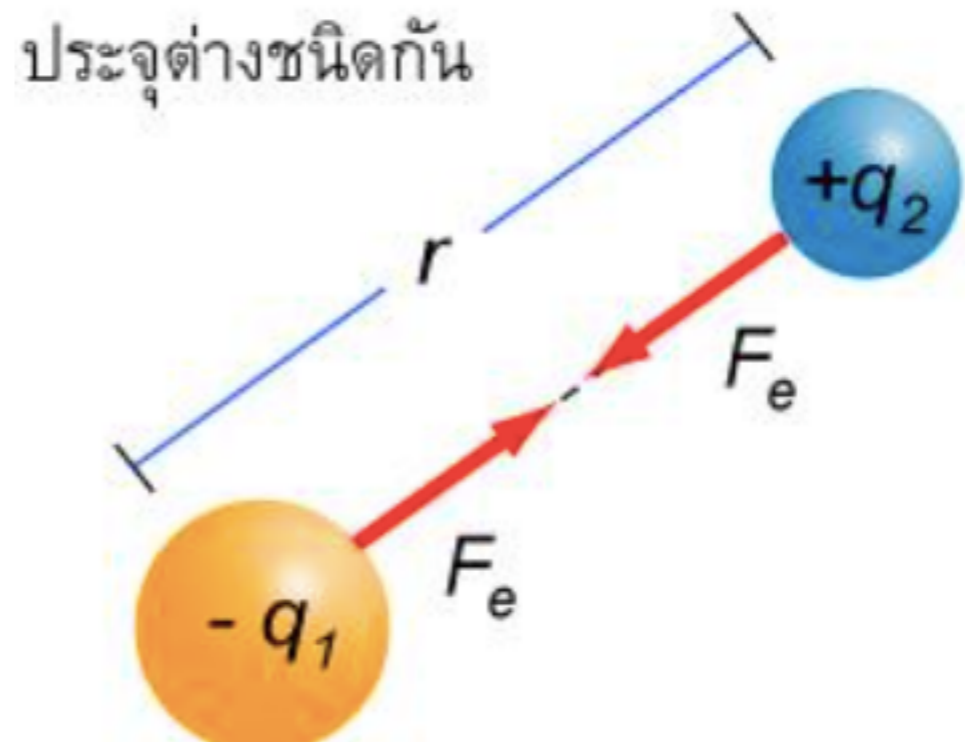
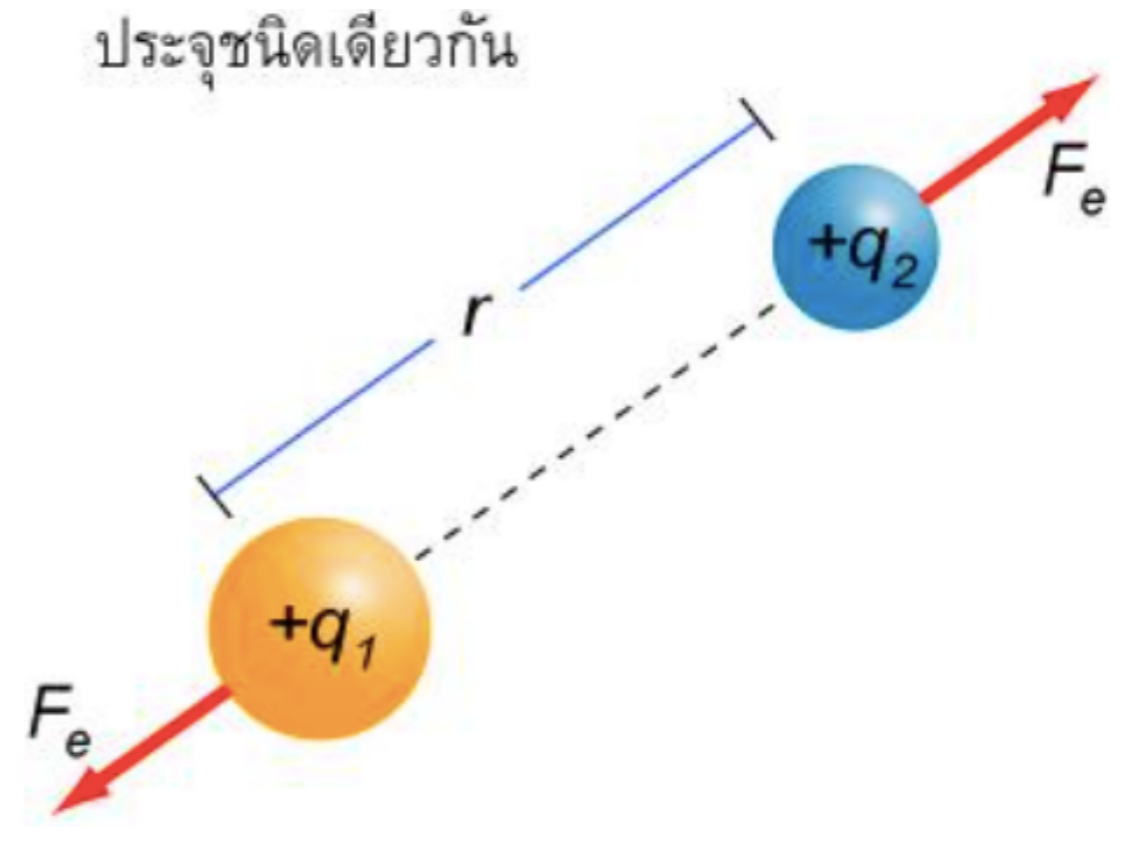
แรงโน้มถ่วง

$$F = \frac{GMm}{r^2}$$

- โดย k เป็นค่าคงที่มีค่าเท่ากับ $8.9875 \times 10^9 \text{ N m}^2/\text{C}^2 \sim 9 \times 10^9 \text{ N m}^2/\text{C}^2$

ประจุไฟฟ้าและแรงไฟฟ้า

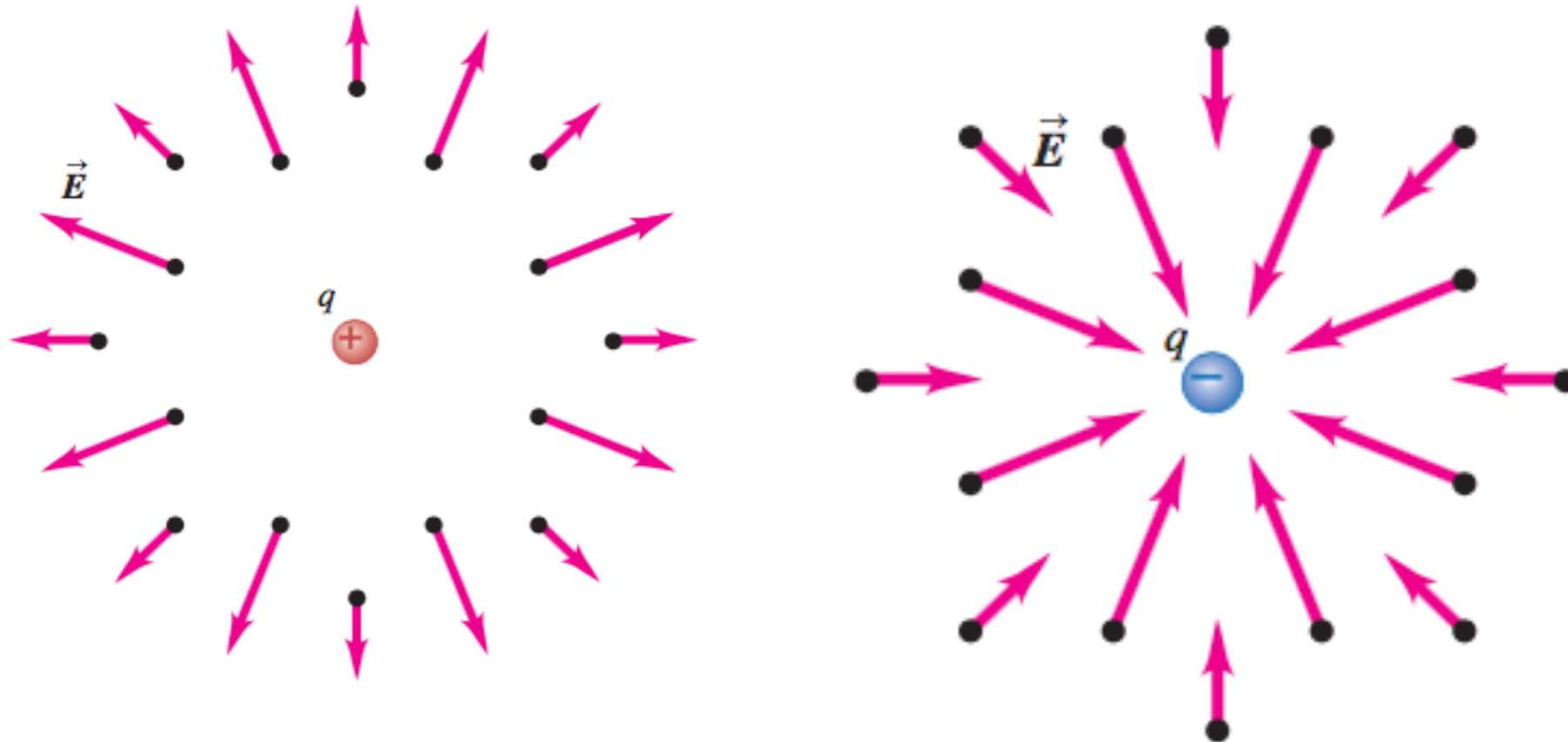
- ทิศทางของแรงจะขึ้นกับชนิดของประจุ
 - ประจุชนิดเดียวกัน แรงจะมีทิศพุ่งออกจากกัน
 - ประจุชนิดต่างกัน แรงจะมีทิศพุ่งเข้าหากัน



สนามไฟฟ้า

จากกฎของคูลอมบ์ เรารู้ว่า เมื่อมีประจุสองอันขึ้นไป จะมีแรงกระทำต่อกันเสมอ ไม่ว่าจะมียุ่ห่างจากกันแค่ไหน

- สนามไฟฟ้า (Electric field) เป็นปริมาณเวกเตอร์
- ถูกสร้างขึ้นมาเพื่ออธิบายลักษณะของแรงไฟฟ้า โดยที่ประจุใดๆจะมีสนามไฟฟ้าอยู่รอบๆตลอดเวลา
- สามารถเขียนเป็นสนามไฟฟ้า โดยใช้เส้นสนามไฟฟ้า



สนามไฟฟ้า

- สนามไฟฟ้า (E) คือ แรงไฟฟ้า (F_e) ที่กระทำต่อประจุทดสอบ q_0

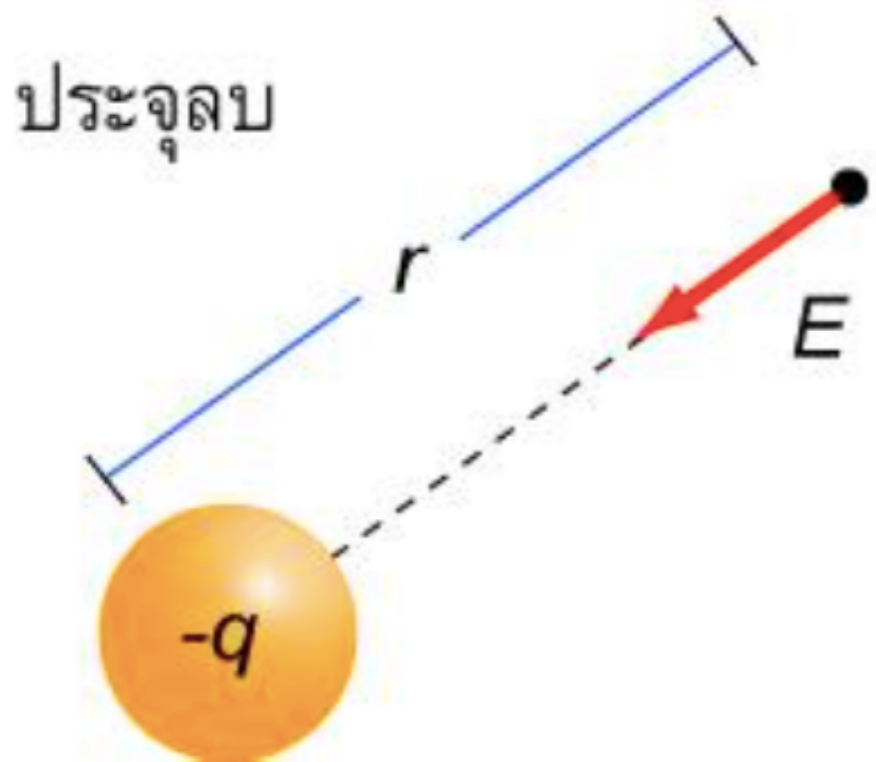
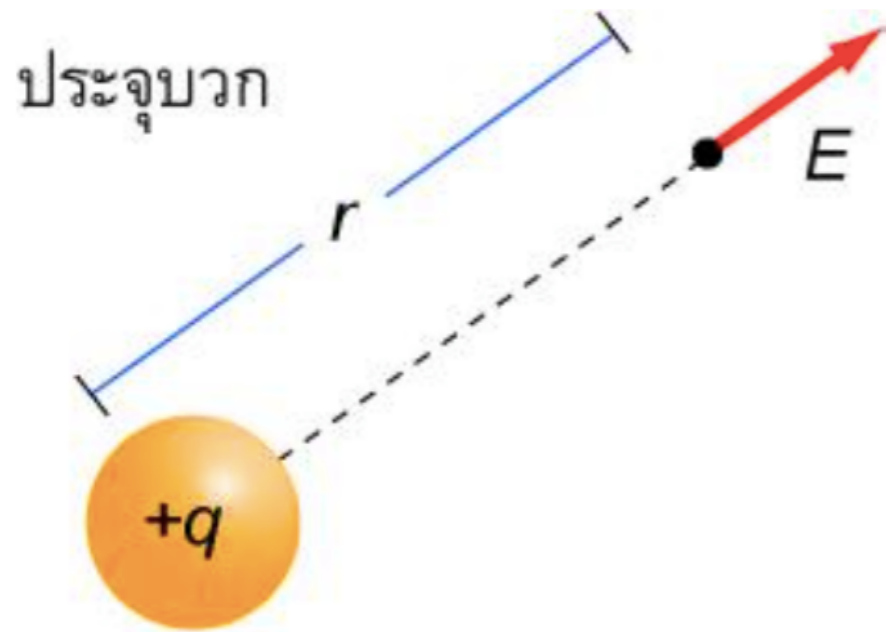
$$E = \frac{F_e}{q_0}$$

- หรือ สนามไฟฟ้า คือ แรงไฟฟ้าต่อหนึ่งหน่วยประจุ นั่นเอง
- ถ้าเราต้องการหาสนามไฟฟ้าที่ระยะห่าง r จากประจุ q ขนาดของสนามไฟฟ้า จะมีค่าเท่ากับ

$$E = \frac{F_e}{q_0} = \frac{\left(\frac{kqq_0}{r^2} \right)}{q_0} = \frac{kq}{r^2}$$

สนามไฟฟ้า

$$E = \frac{kq}{r^2}$$



- จะเห็นว่า ค่าสนามไฟฟ้าอยู่ที่
ประจุที่เราต้องการหาสนาม
ไฟฟ้าเท่านั้น
- ทิศของสนามจะขึ้นอยู่กัประจุ
- สนามจะพุ่งออกจากประจุบวก
และพุ่งเข้าหาประจุลบ

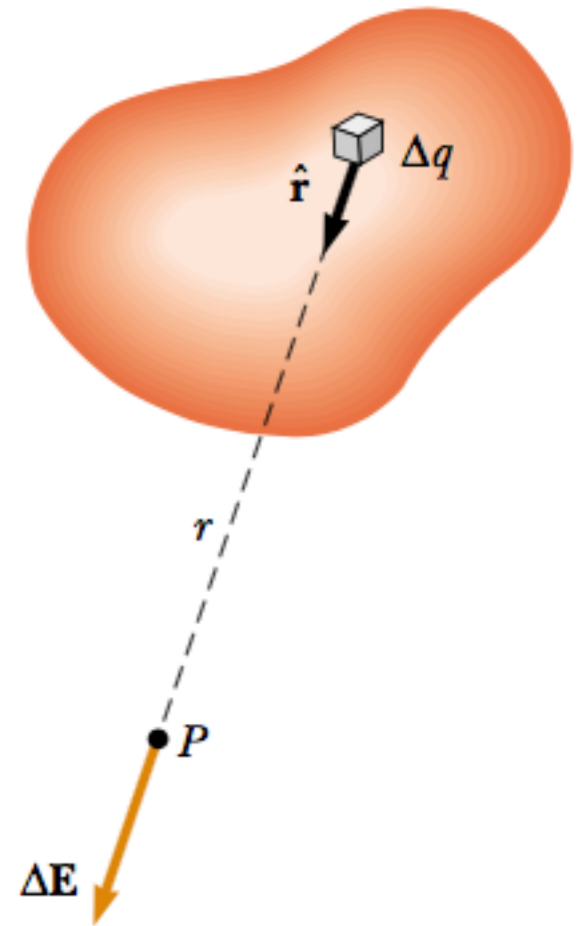
สนามไฟฟ้าในกรณีก้อนประจุต่อเนือง

$$\Delta \vec{E} = k_e \frac{\Delta q}{r^2} \hat{r}_i$$

- สนามไฟฟ้ารวมที่จุด P คือ

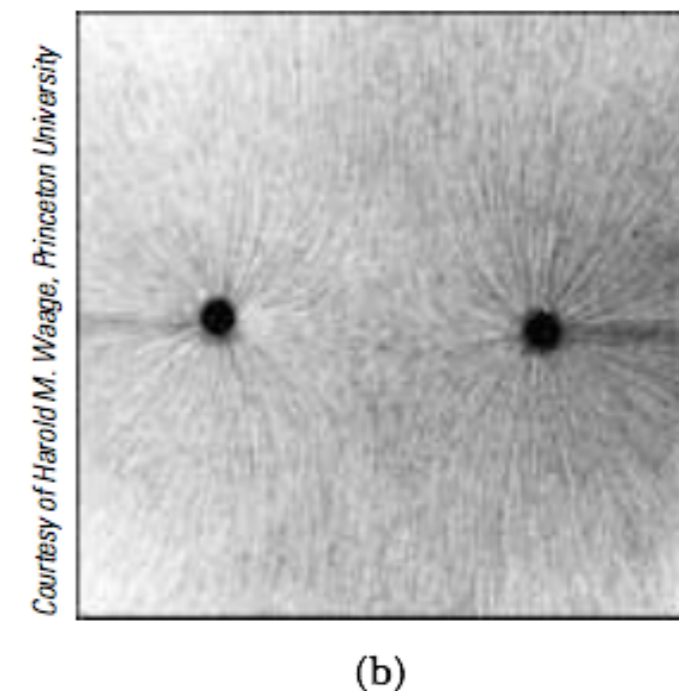
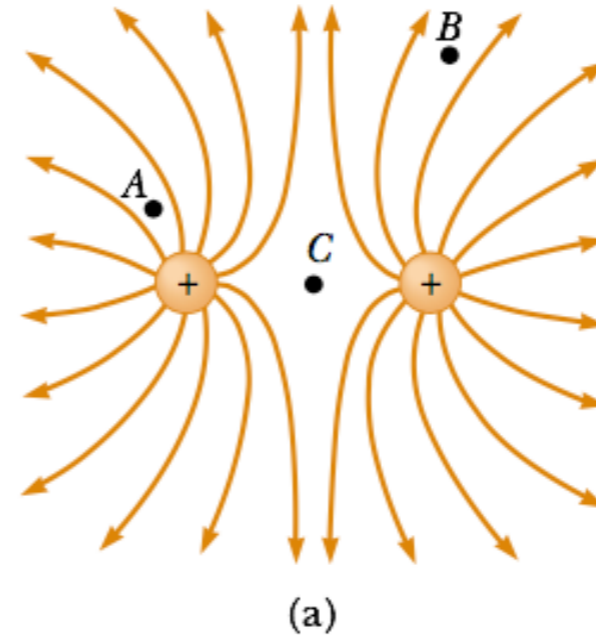
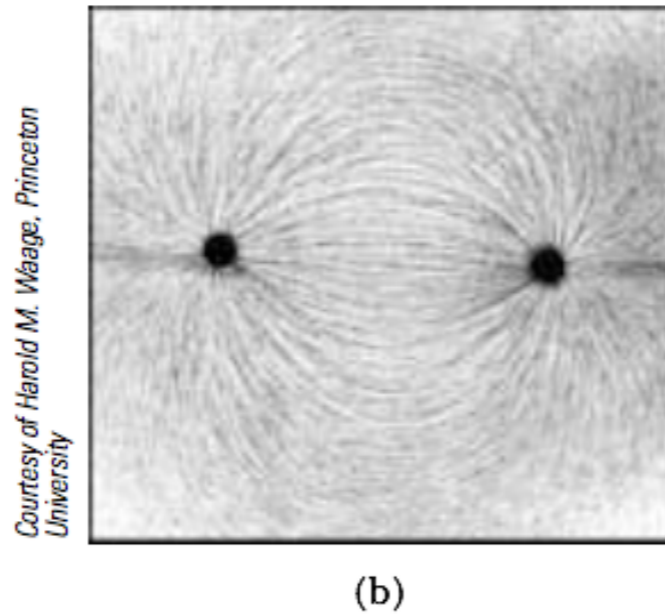
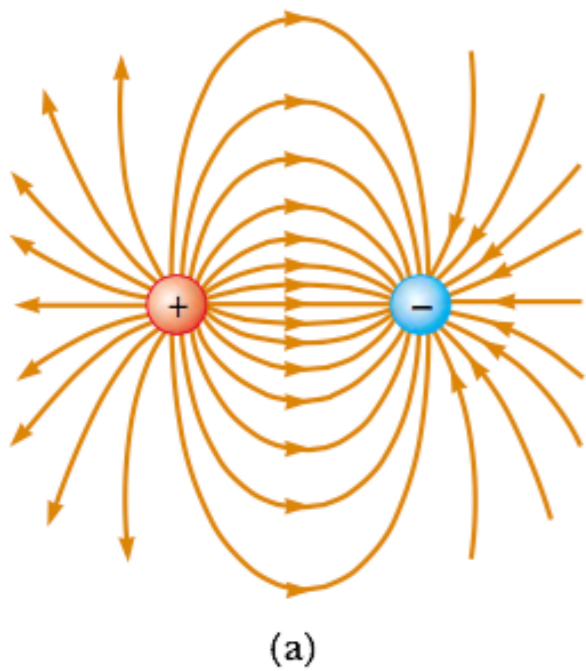
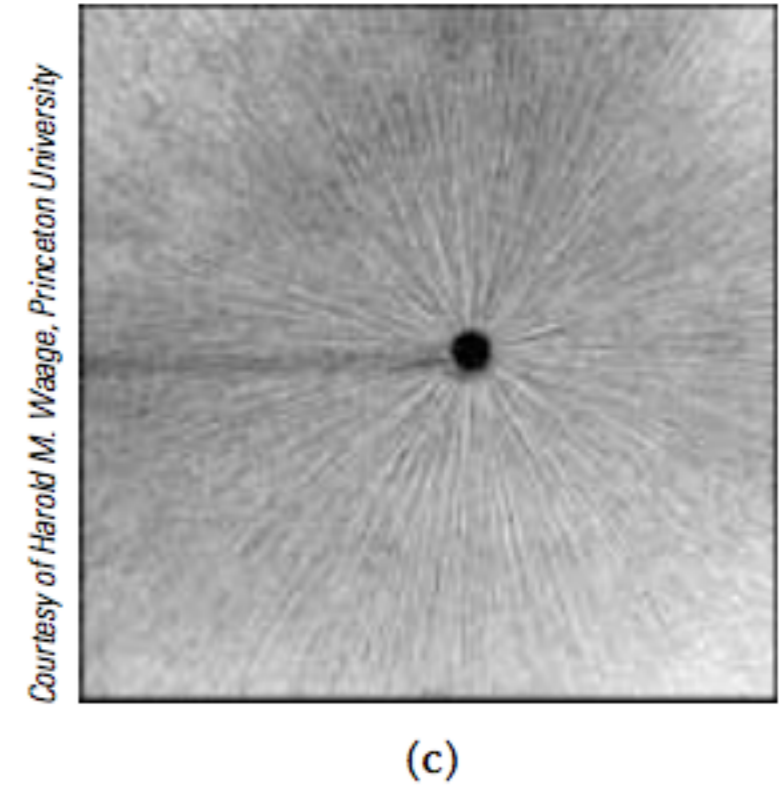
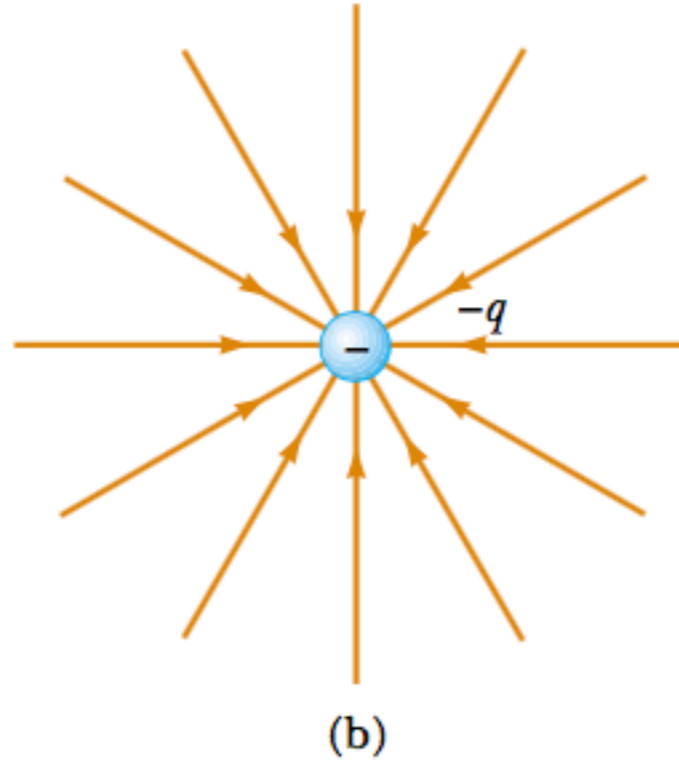
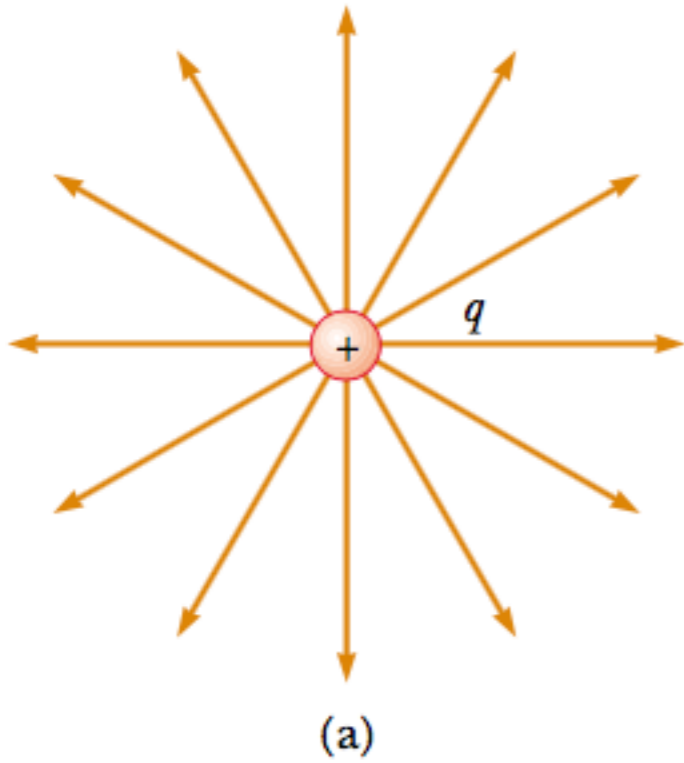
$$\vec{E} \approx k_e \sum_i \frac{\Delta q_i}{r^2} \hat{r}_i$$

$$\vec{E} = k_e \lim_{\Delta q_i \rightarrow 0} \sum_i \frac{\Delta q_i}{r^2} \hat{r}_i = k_e \int \frac{dq_i}{r^2} \hat{r}_i$$



เส้นสนามไฟฟ้า

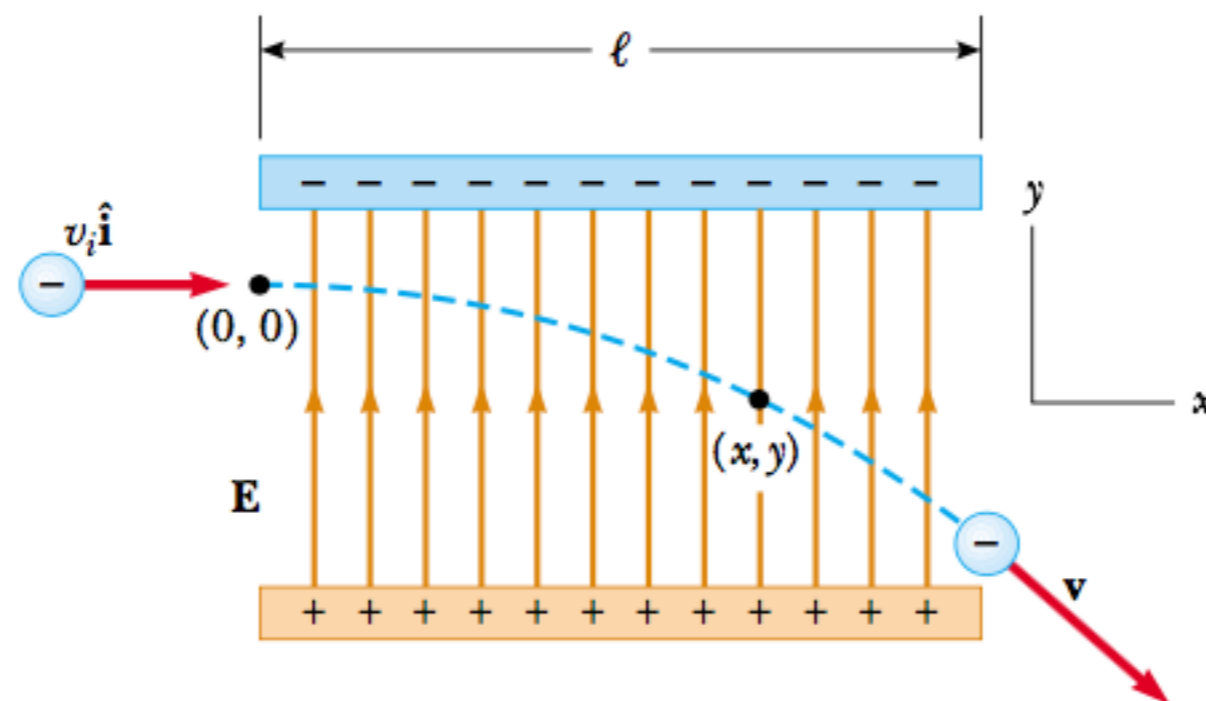
- จะมีทิศทางพุ่งออกจากบวก และพุ่งเข้าหาลบเสมอ



การเคลื่อนที่ของประจุในสนามไฟฟ้าคงที่

$$\vec{F}_e = q \vec{E} = m \vec{a} \longrightarrow \vec{a} = \frac{q \vec{E}}{m}$$

- อิเล็กตรอนเคลื่อนที่เข้าสู่สนามไฟฟ้าคงที่ด้วยอัตราเร็วเริ่มต้น $v_i = 3.00 \times 10^6$ m/s และสนามไฟฟ้ามีขนาด $E = 200$ N/C ความยาวในแนวนอนของระบบคือ $l = 0.100$ m.
 - จงหาอัตราเร่งของอิเล็กตรอน ขณะที่เคลื่อนที่อยู่ภายในสนามไฟฟ้า โดยให้มวลของอิเล็กตรอนเป็น 9.11×10^{-31} kg
 - ถ้าอิเล็กตรอนเคลื่อนที่เข้าสู่สนามไฟฟ้าที่เวลาเริ่มต้น $t = 0$ จงหาเวลาที่อิเล็กตรอนออกจากสนามไฟฟ้า
 - ถ้าอิเล็กตรอนเคลื่อนที่เข้าสู่สนามไฟฟ้าที่ตำแหน่ง $y = 0$ อิเล็กตรอนจะออกจากสนามไฟฟ้าที่ระยะ y เท่ากับเท่าไร



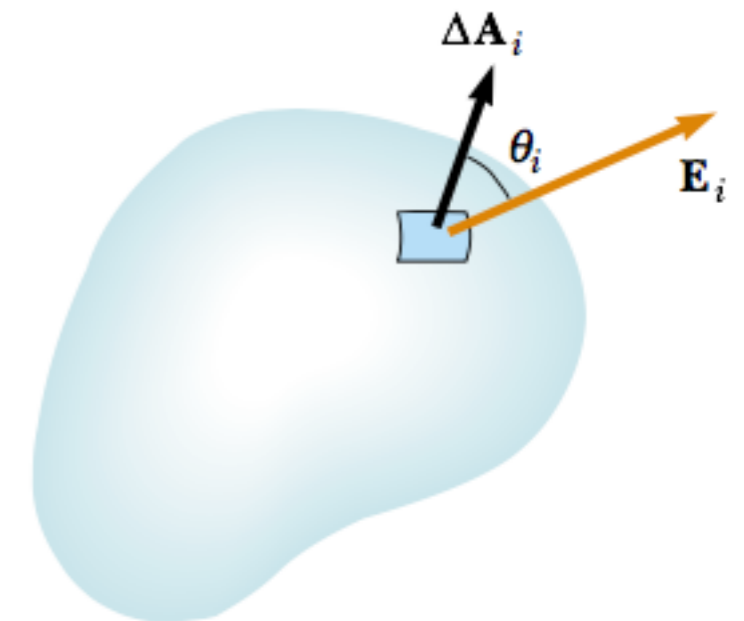
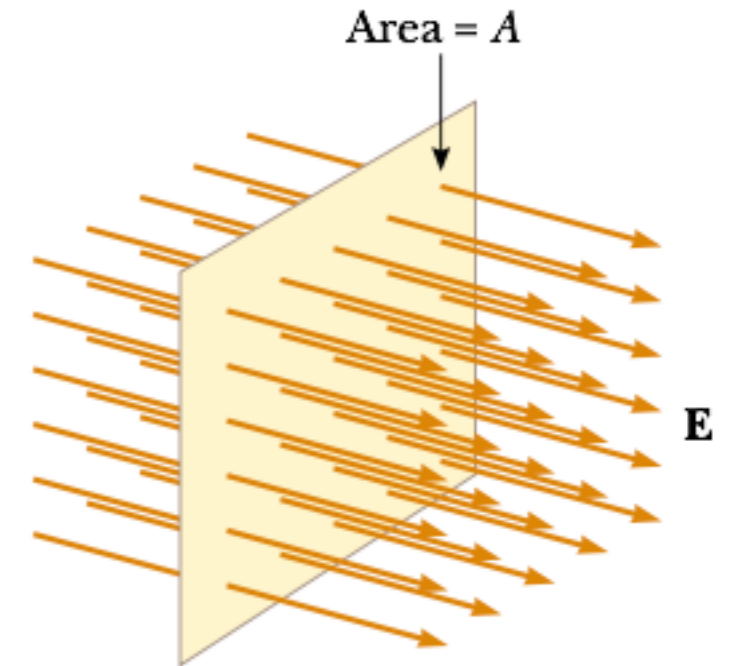
Electric Flux ฟลักซ์ไฟฟ้า

- Electric flux คือจำนวนของเส้นสนามไฟฟ้า (ซึ่งเป็นสัดส่วนโดยตรงกับค่าสนามไฟฟ้า E) ที่ผ่านพื้นที่หน้าตัด A .

$$\Phi_E = EA$$

$$\Delta\Phi_E = \vec{E}_i \cdot \Delta\vec{A}_i$$

$$\Phi_E = \lim_{\Delta A_i \rightarrow 0} \sum_i \vec{E}_i \cdot \Delta\vec{A}_i = \int_{\text{surface}} \vec{E}_i \cdot d\vec{A}_i$$



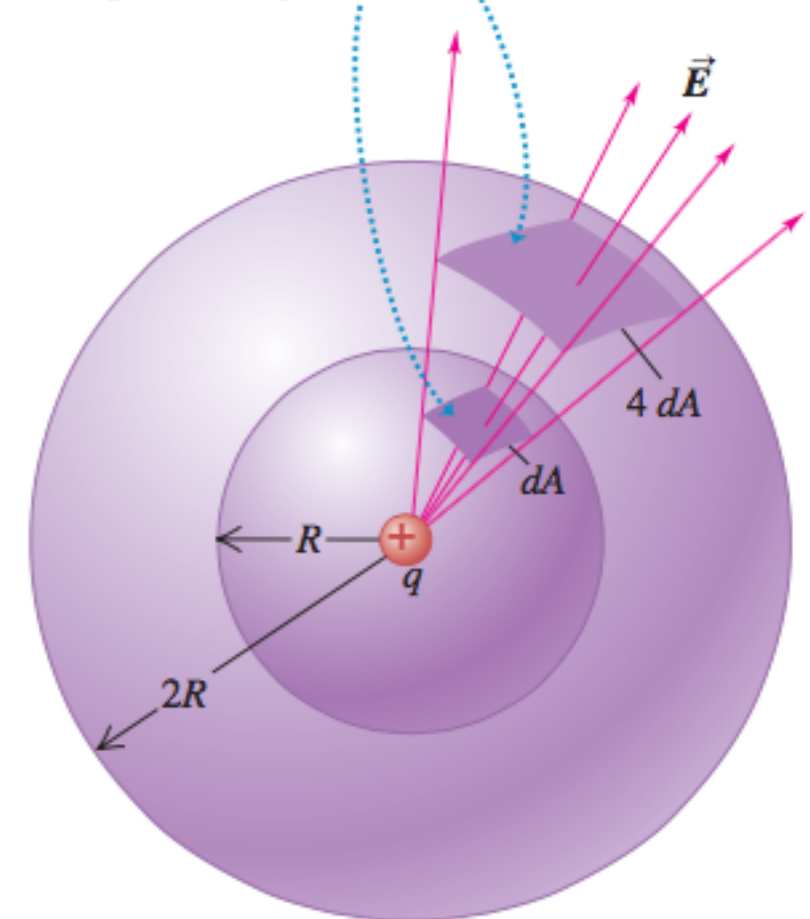
Gauss's Law กฎของเกาส์

$$\Phi_E = \oint \vec{E} \cdot d\vec{A} = k_e \frac{q}{R^2} (4\pi R^2) = 4\pi k_e q$$

$$\Phi_E = \frac{q}{\epsilon_0}$$

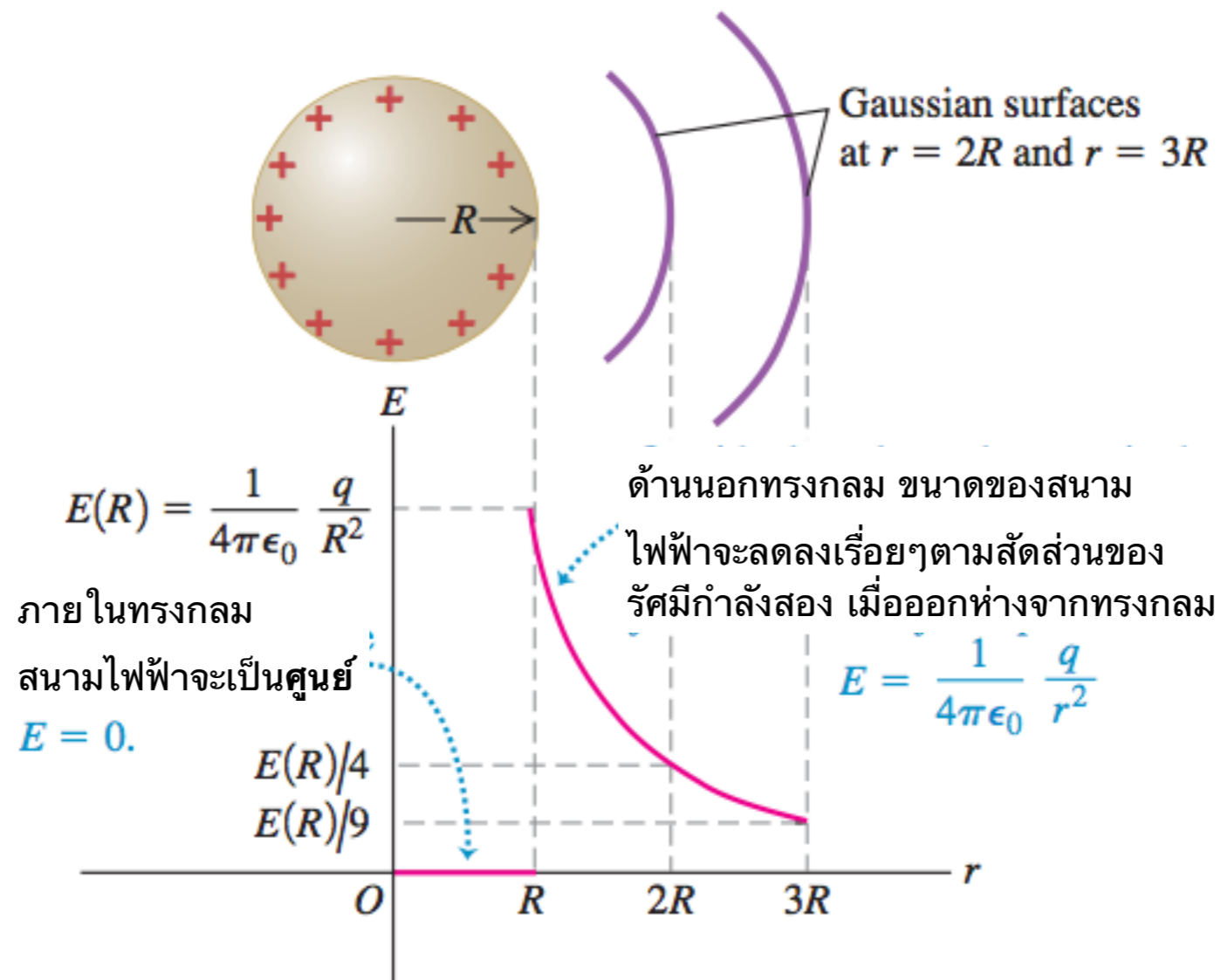
ฟลักซ์ทั้งหมดที่วิ่งผ่านพื้นที่ผิวปิดใดๆ รอบประจุ q จะมีค่าเท่ากับ q / ϵ_0 และ ไม่ขึ้นกับรูปทรงของพื้นผิว

The same number of field lines and the same flux pass through both of these area elements.



Gauss's Law กฎของเกาส์

- ถ้าเราให้ประจุอยู่ที่พื้นผิวของทรงกลมรัศมี R สนามไฟฟ้าภายในทรงกลมนั้นจะเป็นอย่างไร?



ตัวนำไฟฟ้าในสมดุลไฟฟ้าสถิต

- ตัวนำไฟฟ้า ถือได้ว่าอยู่ในสมดุลไฟฟ้าสถิต เมื่อไม่มีการเคลื่อนที่ของประจุในตัวนำไฟฟ้า
- ตัวนำไฟฟ้าที่อยู่ในสมดุลไฟฟ้าสถิตจะมีคุณสมบัติดังต่อไปนี้
 1. สนามไฟฟ้าเป็นศูนย์ทุกที่ ภายในตัวนำไฟฟ้า
 2. ถ้าตัวนำไฟฟ้าโดดเดี่ยวมีประจุ ประจุของมันจะอยู่ที่พื้นผิว
 3. สนามไฟฟ้าที่อยู่ด้านนอกของตัวนำไฟฟ้าที่มีประจุ จะมีทิศตั้งฉากกับพื้นผิวของตัวนำไฟฟ้าและมีขนาดเท่ากับ σ / ϵ_0 , เมื่อ σ คือความหนาแน่นของประจุที่พื้นผิวนั้นๆ
 4. ในกรณีของตัวนำไฟฟ้าหน้าตาประหลาด ความหนาแน่นประจุที่พื้นผิว จะมีค่ามากที่สุด ณ จุดที่รัศมีความโค้งน้อยที่สุด

พลังงานศักย์ไฟฟ้าและศักย์ไฟฟ้า

- ถ้าเราต้องการทำงานให้ประจุเคลื่อนที่จาก A ไป B แบบสม่ำเสมอ

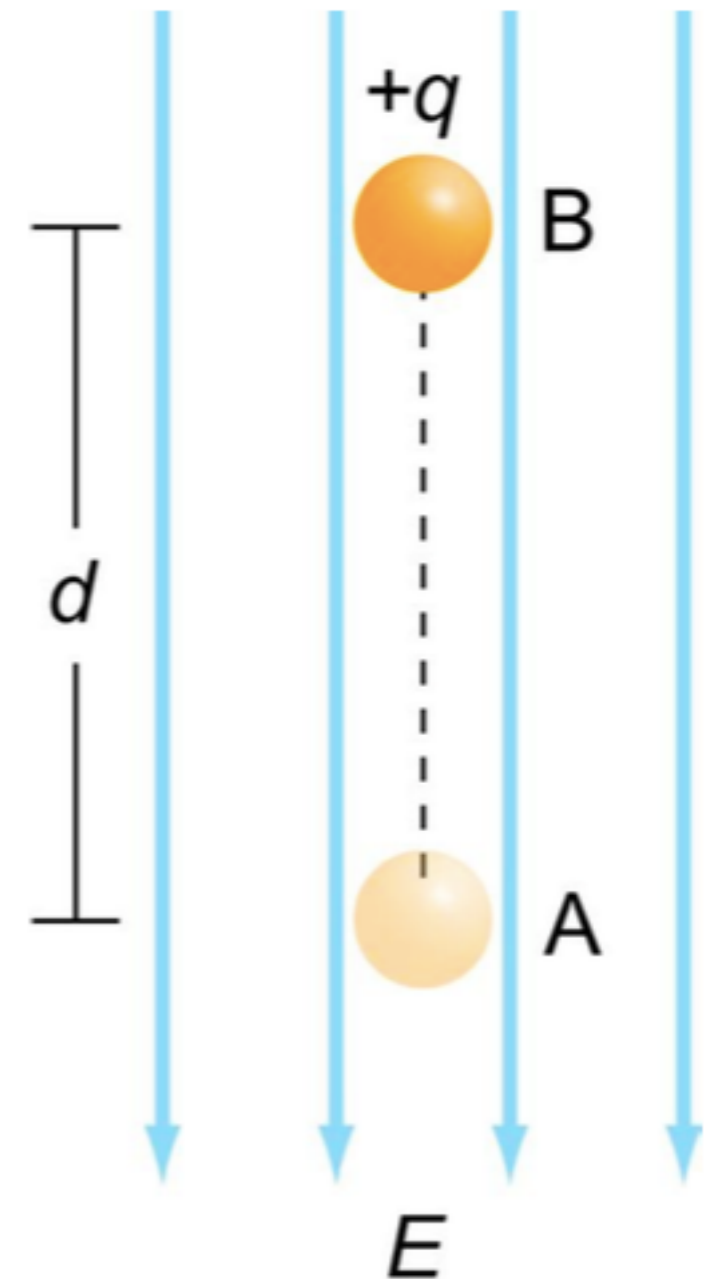
$$W_{AB} = Fd \cos \theta = Fd = (qE)d = qEd$$

- ดังนั้น พลังงานศักย์ที่เปลี่ยนไปของประจุระหว่างตำแหน่ง A และ B คือ

$$\Delta U_{AB} = qEd$$

(เปรียบเทียบกับพลังงานศักย์โน้มถ่วง mgh)

สนามไฟฟ้า



ความต่างศักย์ และศักย์ไฟฟ้า

- สำหรับระยะทางเล็กๆ ds ที่ประจุเคลื่อนที่ไป จะมึงานเกิดขึ้นจากสนามไฟฟ้าทำกับประจุซึ่งมีค่าเป็น

$$\vec{F}_e \cdot d\vec{s} = q_0 \vec{E} \cdot d\vec{s}$$

- พลังงานศักย์ไฟฟ้าที่เปลี่ยนไป คือ $dU = -q_0 \vec{E} \cdot d\vec{s}$

- จากจุด A ไปจุด B พลังงานศักย์ไฟฟ้าที่เปลี่ยนแปลงไป สามารถหาได้จากความสัมพันธ์

$$\Delta U = U_B - U_A = -q_0 \int_A^B \vec{E} \cdot d\vec{s}$$

ความต่างศักย์ไฟฟ้าระหว่างจุด A และ B ในสนามไฟฟ้าคือ

$$\Delta V \equiv \frac{\Delta U}{q_0} = - \int_A^B \vec{E} \cdot d\vec{s}$$

ศักย์ไฟฟ้า

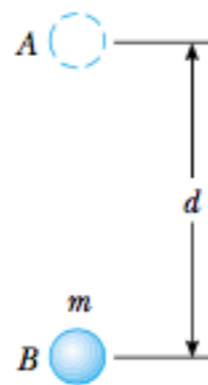
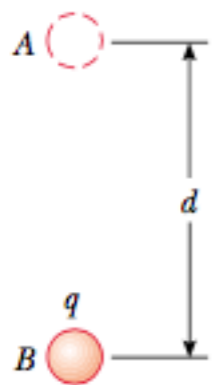
- พลังงานศักย์ สามารถเขียนให้อยู่ในรูปของความต่างศักย์ ได้เป็น

$$W = q\Delta V$$

- โดยที่หน่วยของศักย์ไฟฟ้า จะเป็น Volt (V) ซึ่งก็คือ J/C
- หน่วยของพลังงานจะเป็น electron volt (eV),

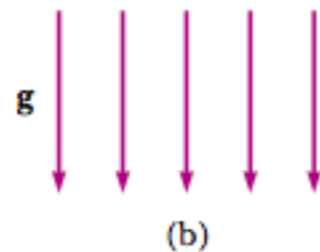
- ถูกนิยามเป็นพลังงานที่ประจุขนาด e (อิเล็กตรอนหรือโปรตอน) ใช้ในการเคลื่อนที่ 1 V

$$1eV = 1.60 \times 10^{-19} C \cdot V = 1.60 \times 10^{-19} J$$

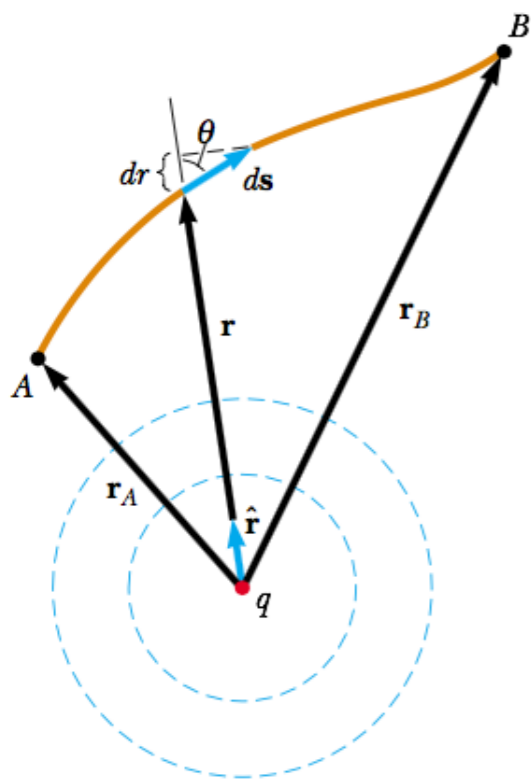


$$\Delta U = q\Delta V = -qEd$$

ถ้าประจุเป็นบวก สนามไฟฟ้าจะสูญเสียพลังงานศักย์ไฟฟ้า



ศักย์ไฟฟ้าและพลังงานศักย์ของประจุที่เป็นจุด

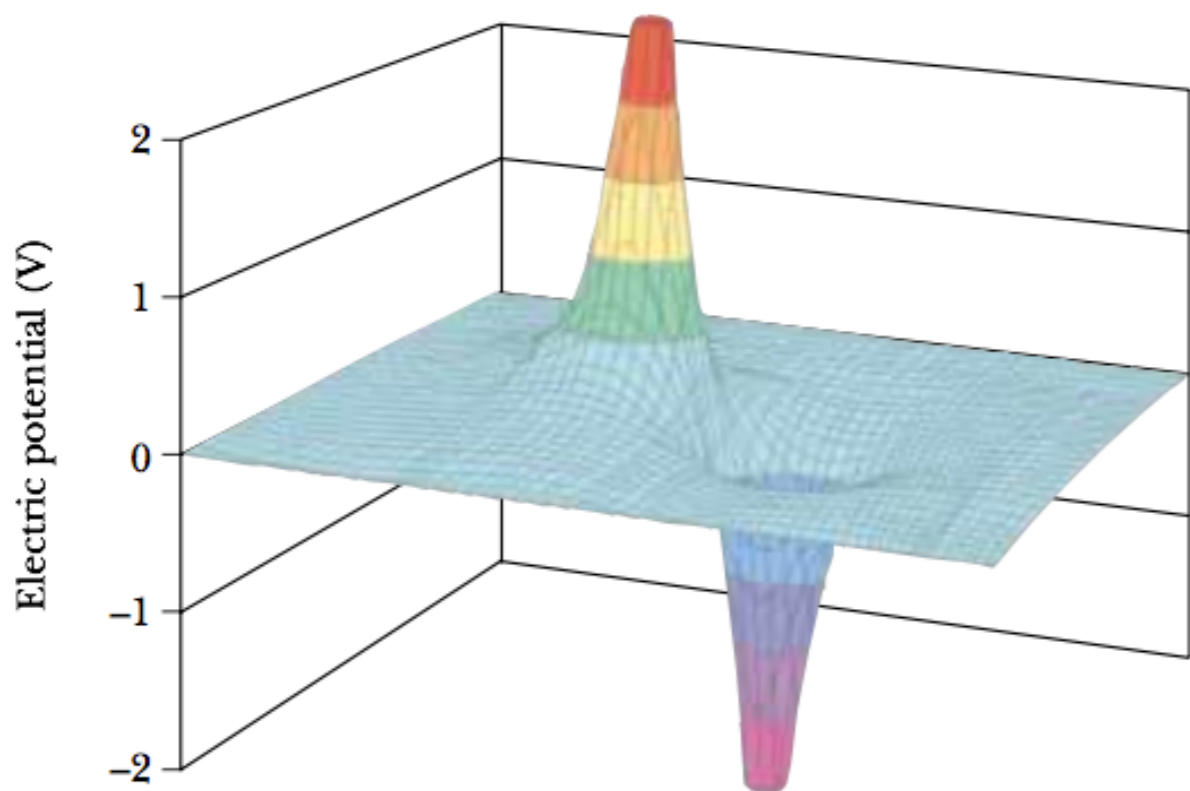


$$\Delta V = V_B - V_A = - \int_A^B \vec{E} \cdot d\vec{s}$$

$$\vec{E} \cdot d\vec{s} = k_e \frac{q}{r^2} \hat{r} \cdot d\vec{s}$$

$$V_B - V_A = k_e q \left[\frac{1}{r_B} - \frac{1}{r_A} \right]$$

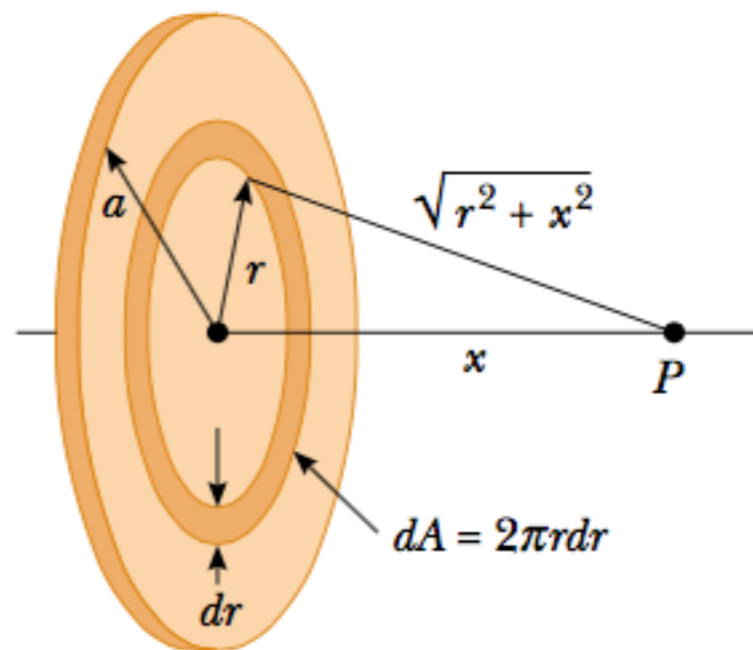
ความต่างศักย์ไม่ขึ้นกับเส้นทางที่ประจุเคลื่อนที่



$$\boxed{V = k_e \frac{q}{r}} \longrightarrow V = k_e \int \frac{q}{r}$$

ศักย์ไฟฟ้าจากแผ่นประจุ

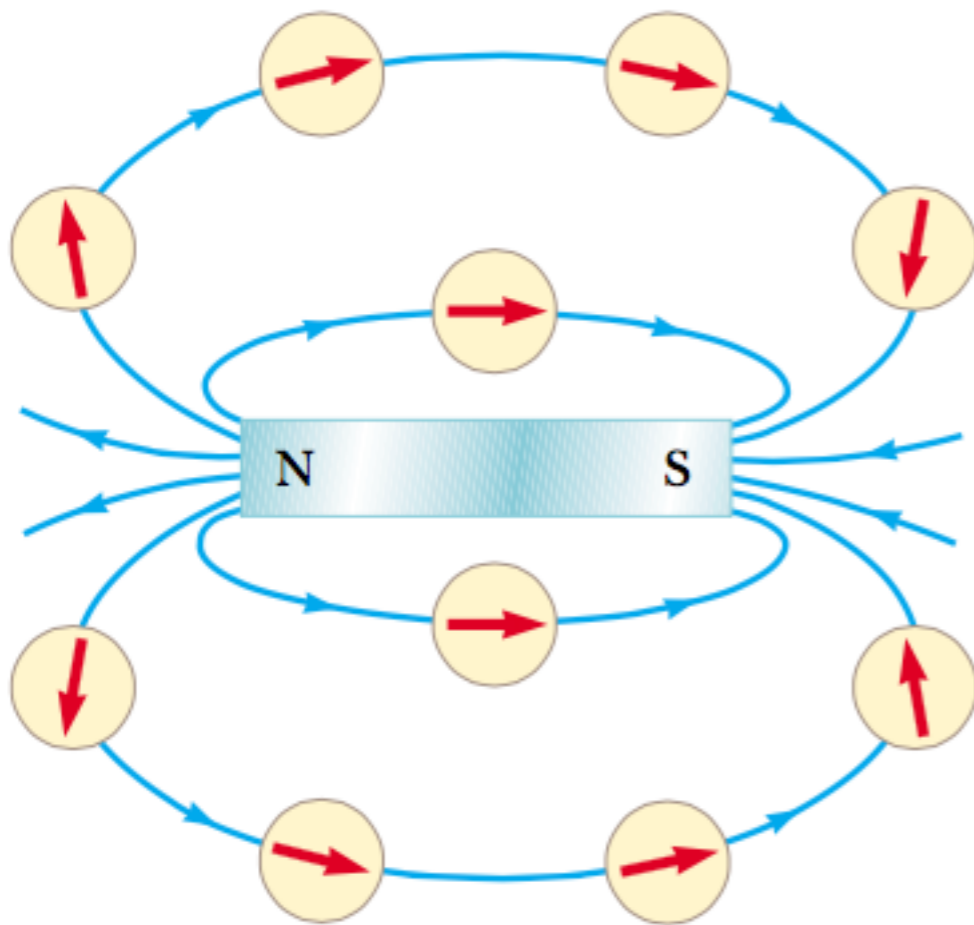
- ให้แผ่นประจุมีรัศมี a และความหนาแน่นของประจุบนพื้นผิว มีค่าเป็น σ จงหา
- ศักย์ไฟฟ้าที่จุด p
- ขนาดของสนามไฟฟ้าในทิศตั้งฉากกับเส้นที่ลากผ่านจุดศูนย์กลางของแผ่นประจุ (หรือขนาดของสนามไฟฟ้าที่จุด p ในทิศขนานกับแผ่นประจุ)



สนามแม่เหล็ก (Magnetic field)



- สนามแม่เหล็ก ใช้อธิบายอันตรกิริยาระหว่างแม่เหล็กหรือระหว่างแม่เหล็กและตัวกลางที่เป็นโลหะ
 - ใช้ B แทนสนามแม่เหล็ก
- ทิศทางของเส้นสนามแม่เหล็ก (Magnetic field line) มีทิศชี้ออกจากขั้วเหนือไปยังขั้วใต้
 - มีหน่วยเป็น เทสลา (Tesla, T)



สนามแม่เหล็ก (Magnetic field)

2D Magnetic Field Demonstrations Simple Wire Coils

Peter Fletcher – University of Southern Queensland

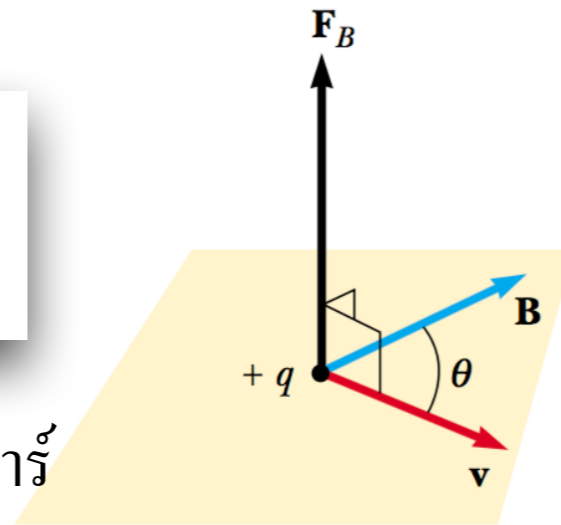


Phys-DEMO-70001
Physics.UniServe.edu.au

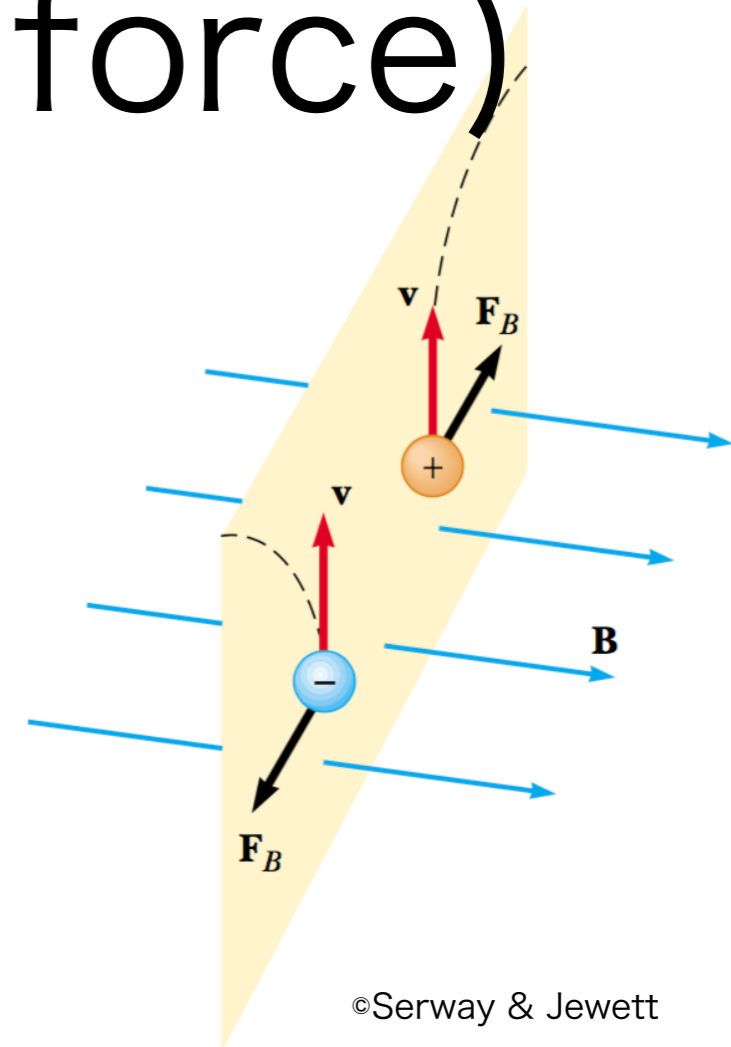
แรงแม่เหล็ก (Magnetic force)

- เมื่อมีประจุไฟฟ้า q เคลื่อนที่ในสนามแม่เหล็ก จะได้รับแรงกระทำจากสนามแม่เหล็ก ที่เรียกว่า “แรงแม่เหล็ก (F_B)” ซึ่งมีค่าเท่ากับ

$$\vec{F} = q \vec{v} \times \vec{B}$$



(a)



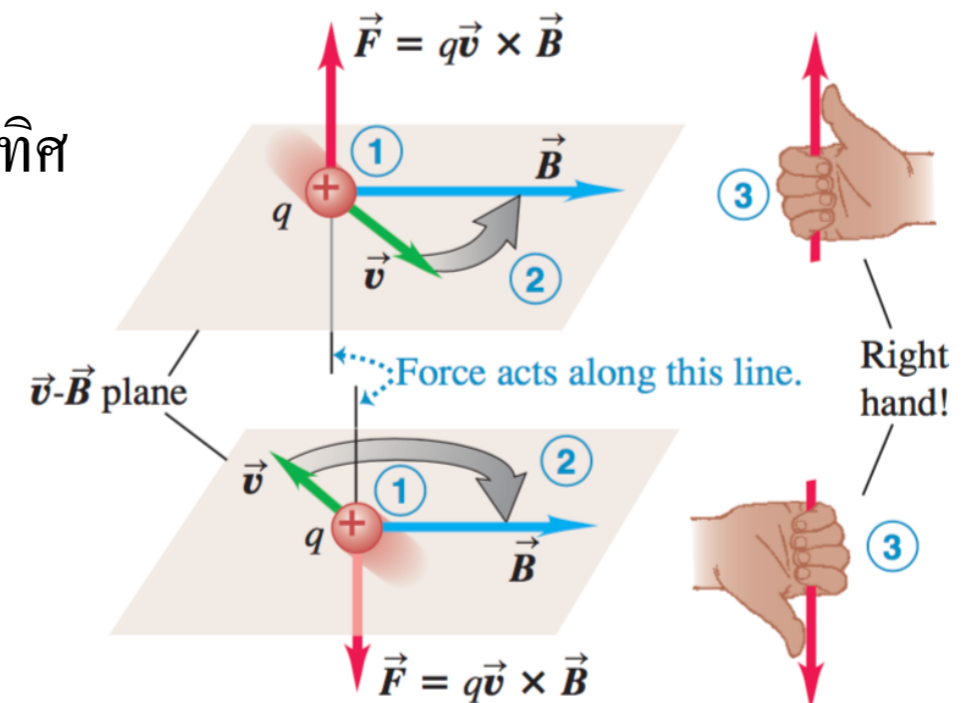
©Serway & Jewett

(b)

- หากเราแปลงเป็นแรงแม่เหล็กที่เป็นปริมาณสเกลาร์

$$F_B = qvB \sin \theta$$

- โดยที่ θ คือ มุมที่เกิดขึ้นระหว่างทิศการเคลื่อนที่ของประจุและทิศของสนามแม่เหล็ก B

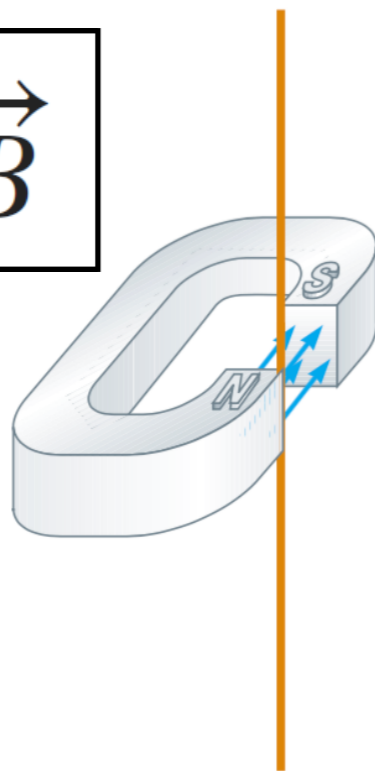


©Young & Freedman

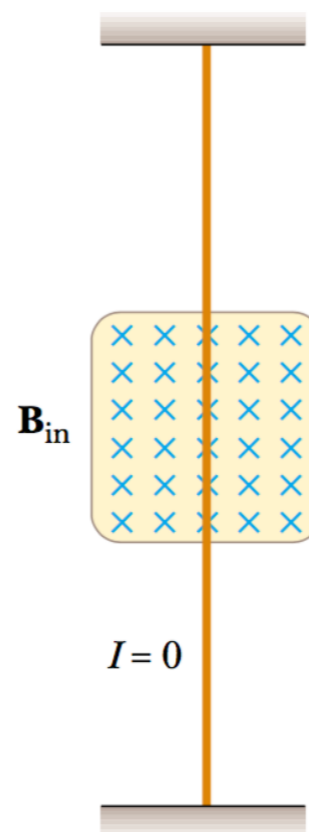
แรงแม่เหล็กที่เกิดกับตัวนำไฟฟ้าที่มีกระแส

- พิจารณาส่วนของสายไฟนำไฟฟ้าความยาว L
 - ถ้ามีกระแสไฟฟ้า I (ไอ) วิ่งผ่านสนามแม่เหล็ก B จะมีแรงแม่เหล็กเกิดขึ้นกับสายไฟ เป็น

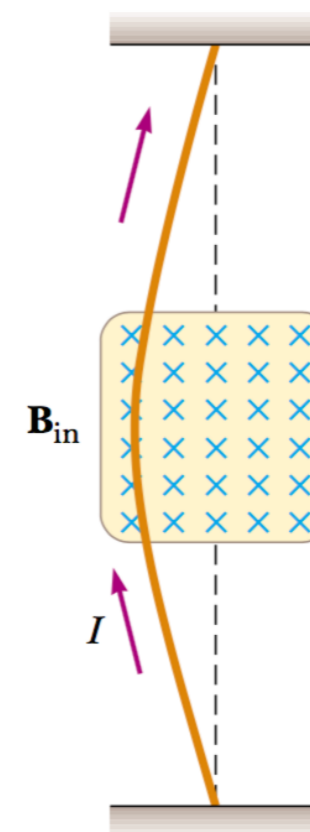
$$\vec{F}_B = \vec{I} L \times \vec{B}$$



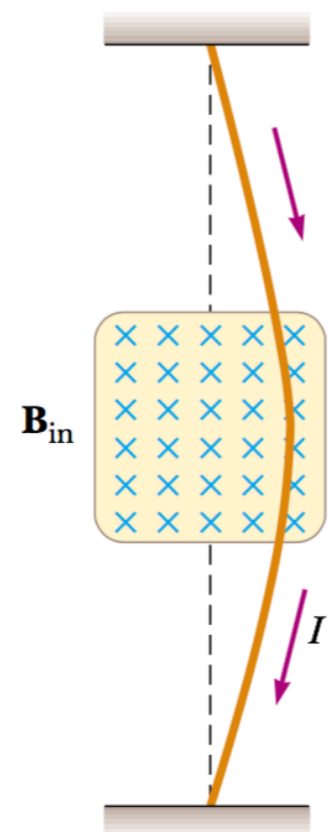
(a)



(b)



(c)



(d)

แรงแม่เหล็กที่เกิดกับตัวนำไฟฟ้าที่มีกระแส

- พิจารณาส່วนของสายไฟนำไฟฟ้าความยาว L

- ถ้ามีกระแสไฟฟ้า I (ไอ) วิ่ง
จะมีแรงแม่เหล็กเกิดขึ้นกับ

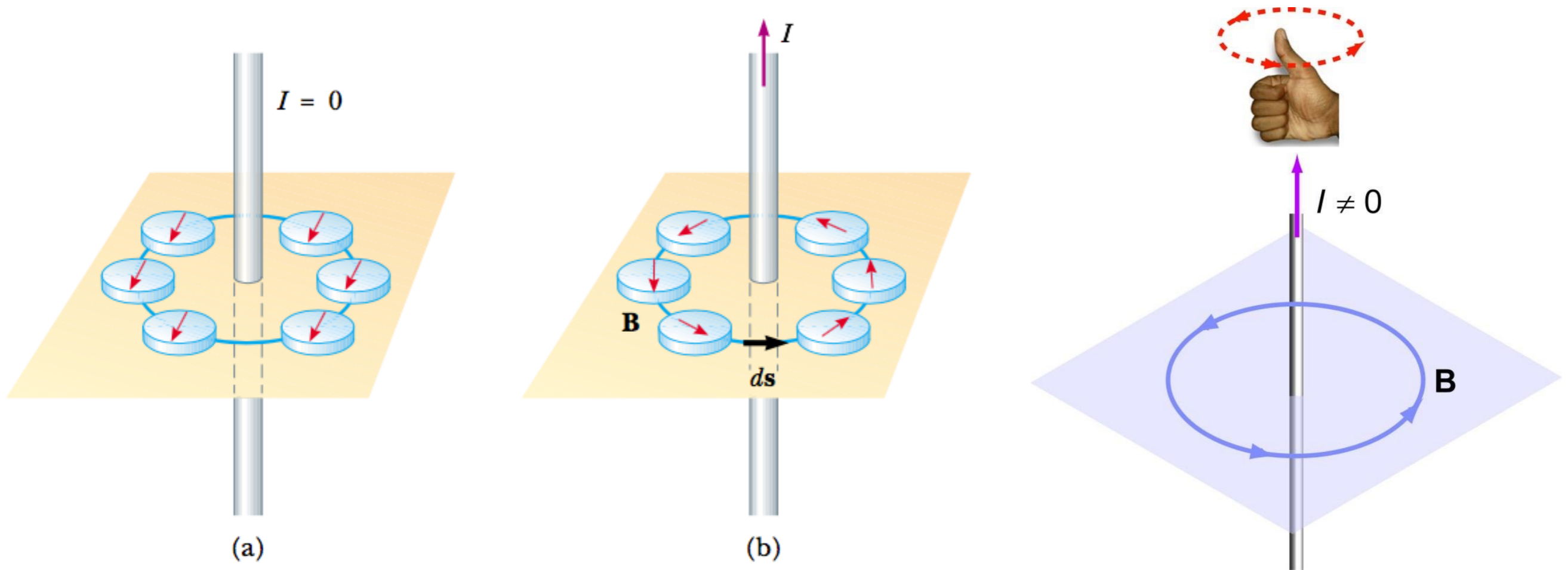
$$\vec{F}_B = \vec{I} L \times \vec{B}$$

Jumping Wire

MIT Department of Physics
Technical Services Group

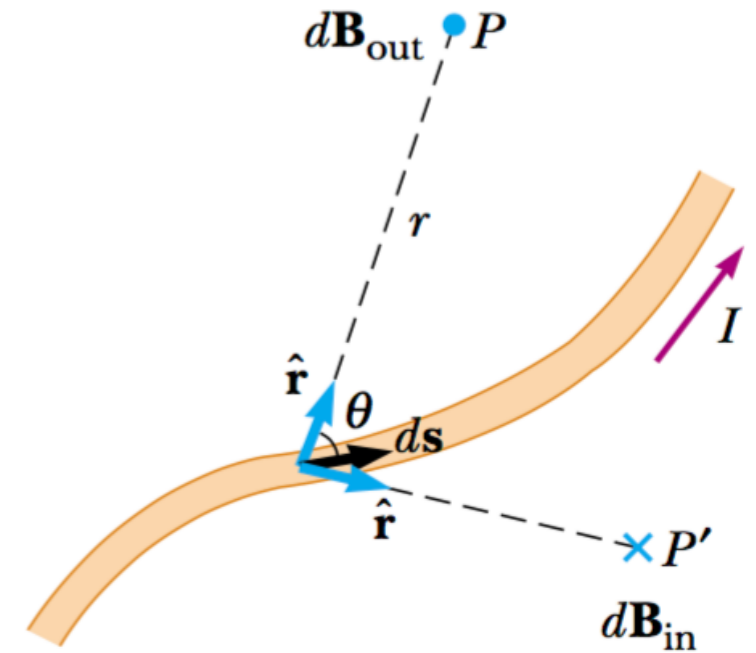
แหล่งกำเนิดสนามแม่เหล็ก

- ในปี 1819 นักฟิสิกส์ชาวเดนมาร์กชื่อ Hans Christian Oersted สังเกตว่า เข็มทิศจะขยับเมื่อนำไปวางไว้ใกล้ๆสายไฟที่มีกระแสไฟฟ้าไหลผ่าน
- นั่นหมายความว่า สนามแม่เหล็กสามารถเกิดขึ้นได้จากการไหลของกระแสไฟฟ้า
- ทิศทางของสนามแม่เหล็ก หาได้จากกฎมือขวา ดังรูปขวาล่าง



The Biot-Savart Law กฎของบี โอ-ซาวาร์ต

- สนามแม่เหล็กสามารถเกิดขึ้นได้ที่จุด P ใกล้ๆกับตัวนำไฟฟ้าที่มีกระแสไฟฟ้าไหลผ่าน
- Biot-Savart Law สามารถเขียนได้เป็น



©Serway & Jewett

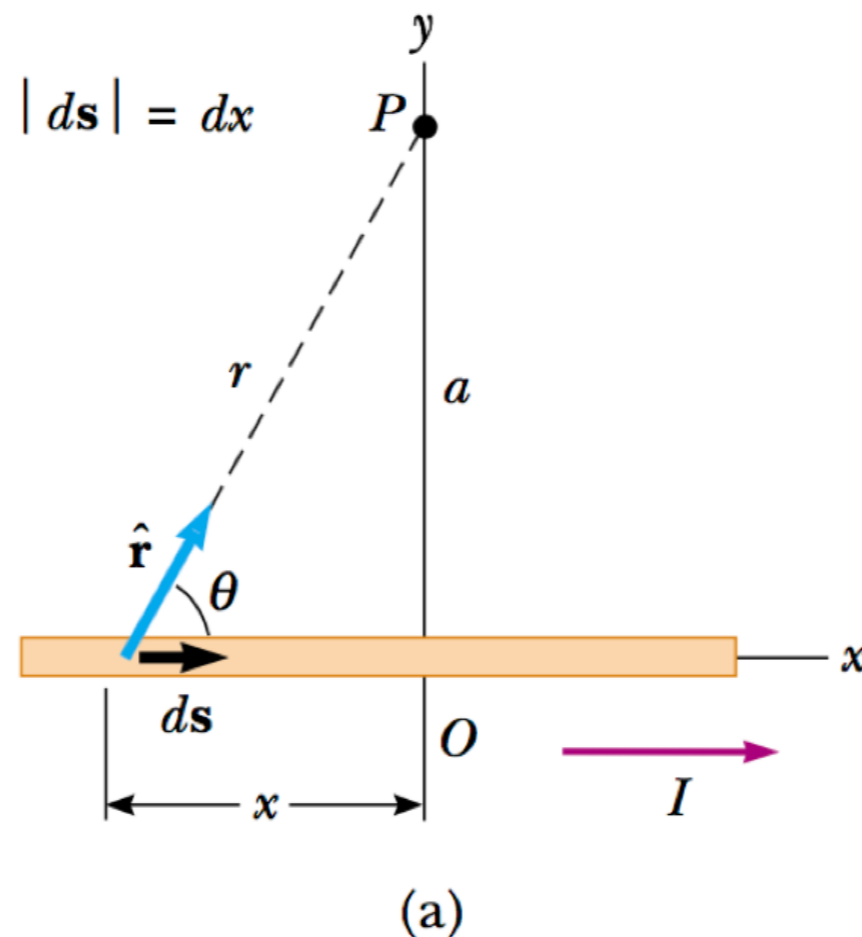
$$d\vec{B} = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{I d\vec{s} \times \hat{r}}{r^2}$$

Permeability of free space

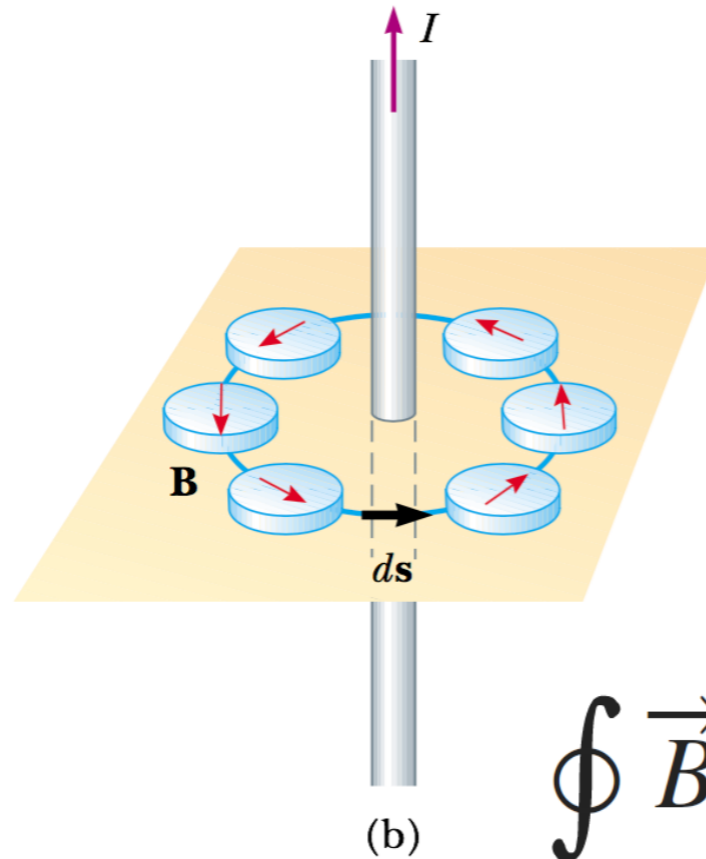
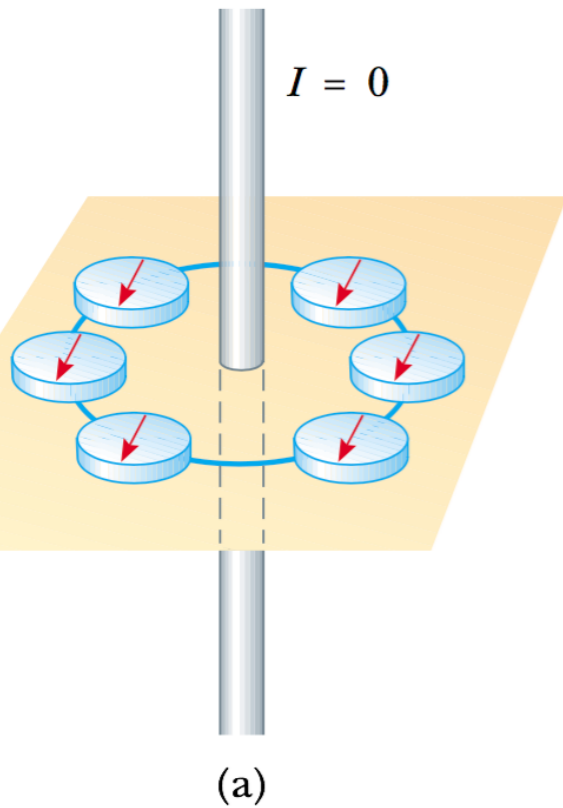
$$\mu_0 = 4\pi \times 10^{-7} \text{ T}\cdot\text{m/A}$$

ตัวอย่าง

- พิจารณาเส้นลวดที่มีกระแสไฟฟ้าคงที่วิ่งผ่าน I ฤกวางไว้บนแกน x ดังรูป
- จงหาขนาดและทิศทางของสนามแม่เหล็กที่จุด P ที่เกิดจากกระแสไฟฟ้าในเส้นลวดนี้



Ampere's Law กฎของแอมแปร์



$$\vec{B} \cdot d\vec{s} = B ds$$

$$\oint \vec{B} \cdot d\vec{s} = B \oint ds = \frac{\mu_0 I}{2\pi r} 2\pi r = \mu_0 I$$

©Serway & Jewett

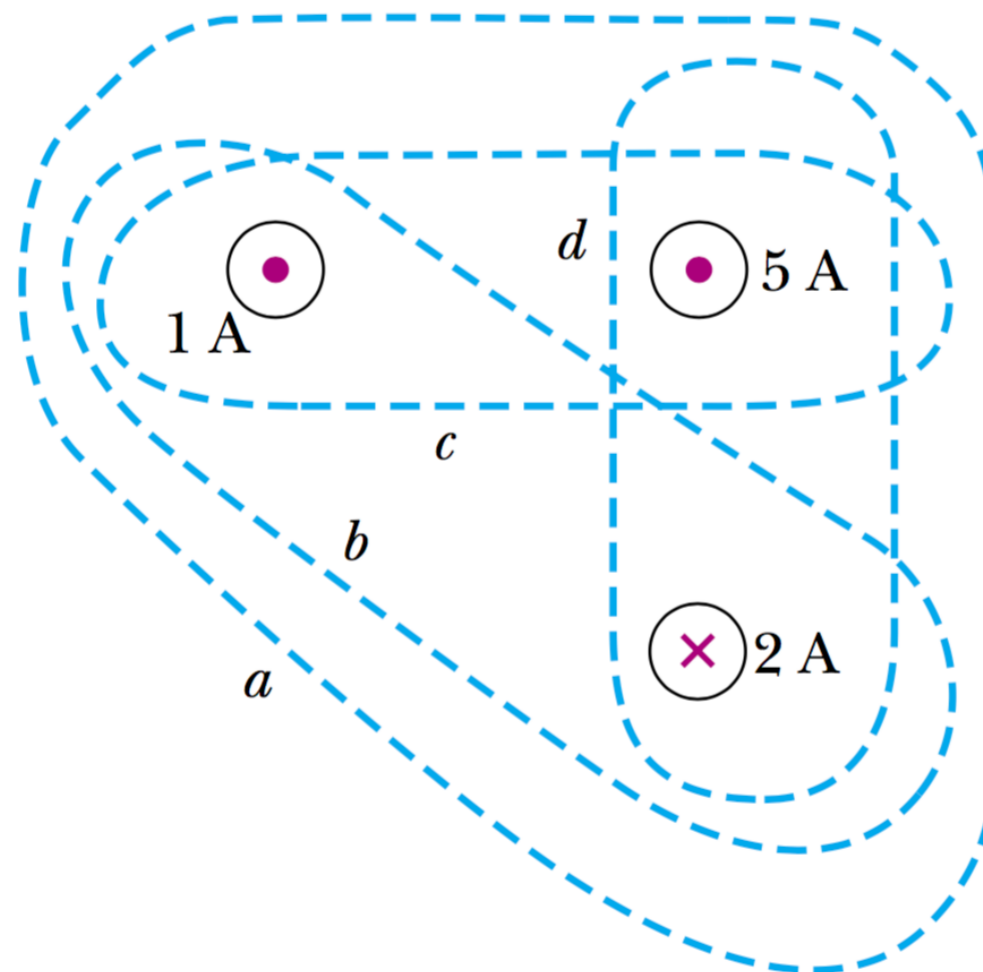
- line integral (การอินทิเกรตเชิงเส้น) $\vec{B} \cdot d\vec{s}$ ของเส้นทางปิดใดๆ จะมีค่าเท่ากับ $\mu_0 I$

เมื่อกระแสไฟฟ้า I คือกระแสไฟฟ้าทั้งหมดที่ไหลผ่านพื้นผิวที่เส้นปิดนั้นอยู่

$$\oint \vec{B} \cdot d\vec{s} = \mu_0 I$$

Quick Quiz

- Rank the magnitude of $\oint \vec{B} \cdot d\vec{s}$ for the below closed paths from least to greatest.

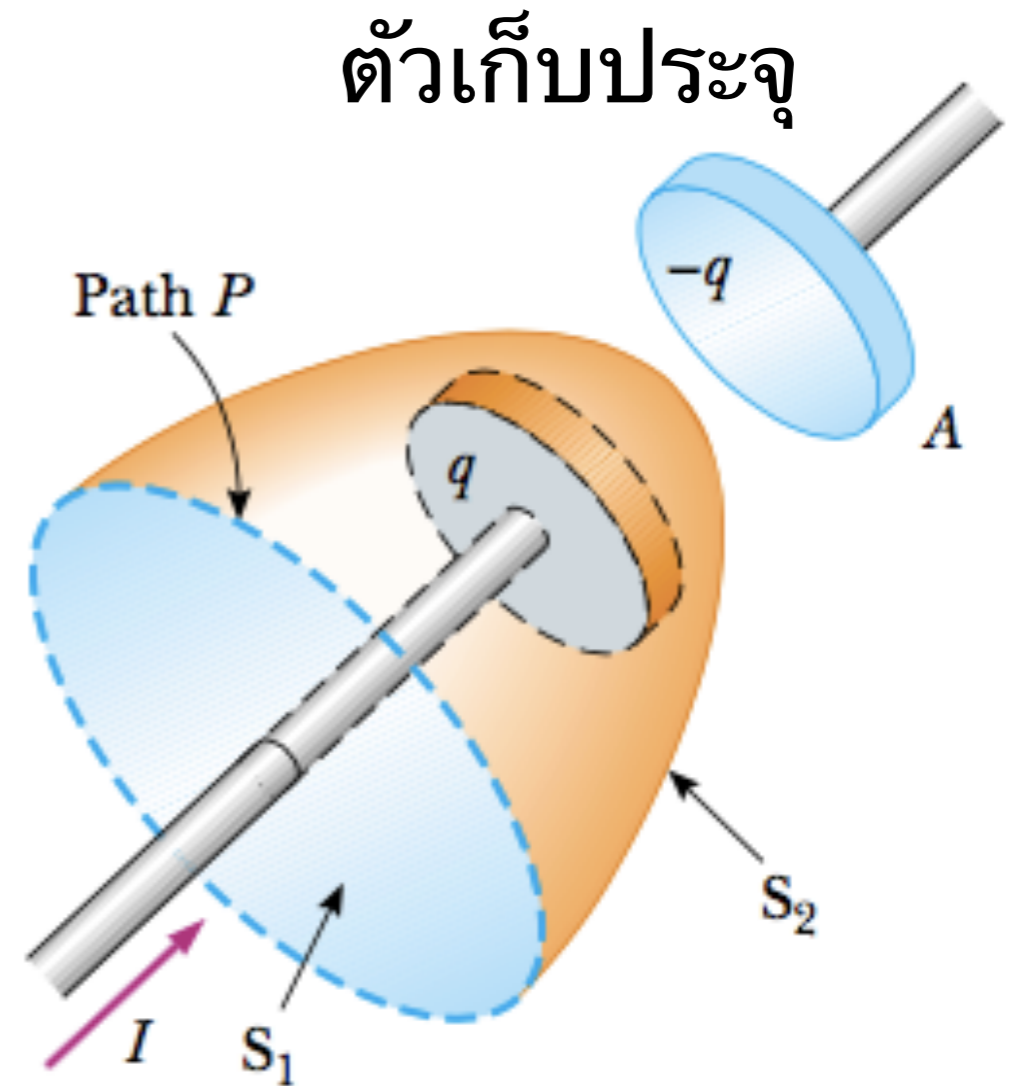


Ampere's Law กฎของแอมแปร์

- พิจารณาพื้นผิว S_1 และ S_2 ในรูปด้านขวา

$$\oint_{S_1} \vec{B} \cdot d\vec{s} = \mu_0 I$$

$$\oint_{S_2} \vec{B} \cdot d\vec{s} = 0$$



กฎของแอมแปร์จะขัดแย้งกันเอง ถ้ากระแสไฟฟ้าไม่ต่อเนื่อง

รูปแบบทั่วไป ของกฎของแอมแปร์

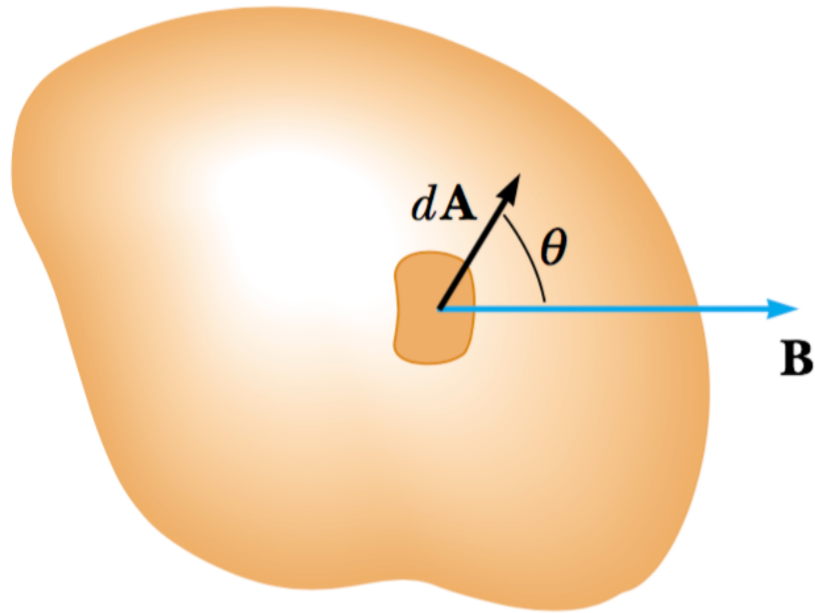
- James Clerk Maxwell (เจมส์ เคลิร์ก แมกซ์เวลล์) แก้ปัญหานี้โดยใส่เทอมอื่นเพิ่มเข้าไปในกฎของแอมแปร์
- เทอมที่เพิ่มเข้ามานี้เรียกว่า “displacement current”

$$I_d \equiv \epsilon \frac{d\Phi_E}{dt}$$

Ampere-Maxwell Law

$$\oint \vec{B} \cdot d\vec{s} = \mu_0 I + \epsilon_0 \mu_0 \frac{d\Phi_E}{dt}$$

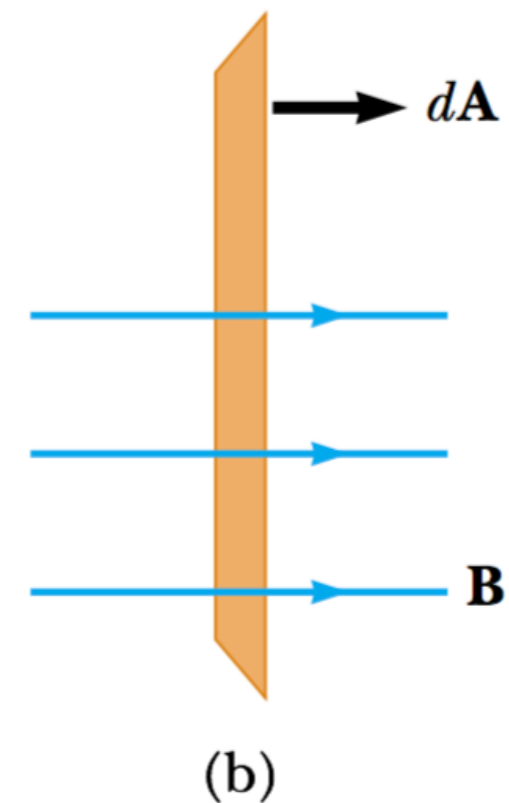
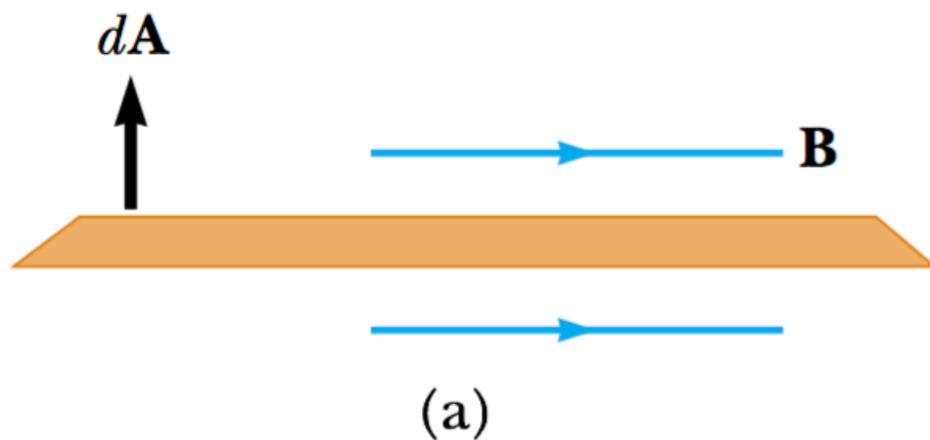
Magnetic Flux ฟลักซ์แม่เหล็ก



$$\Phi_B = \int \vec{B} \cdot d\vec{A}$$

$$\Phi_B = BA \cos \theta$$

©Serway & Jewett



Gauss's Law of Magnetism

กฎของเกาส์ในกรณีของแม่เหล็ก

- เส้นสนามแม่เหล็กนั้นต่อเนื่อง และจะวิ่งวนเป็นลูป
- ฟลักซ์แม่เหล็กทั้งหมดที่วิ่งผ่านพื้นที่ผิวปิดใดๆ จะมีค่าเป็น ศูนย์ เสมอ!!

$$\oint \vec{B} \cdot d\vec{A} = 0$$

สนามแม่เหล็ก

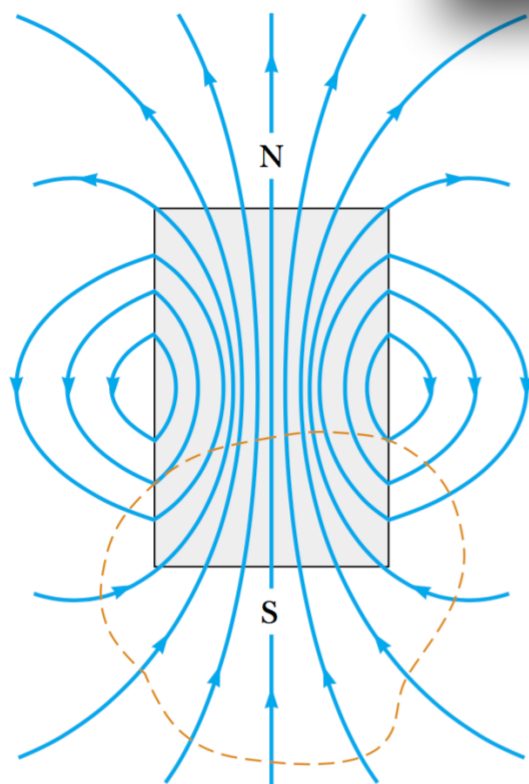


Figure 30.23 The magnetic field lines of a bar magnet form closed loops. Note that the net magnetic flux through a closed surface surrounding one of the poles (or any other closed surface) is zero. (The dashed line represents the intersection of the surface with the page.)

สนามไฟฟ้า

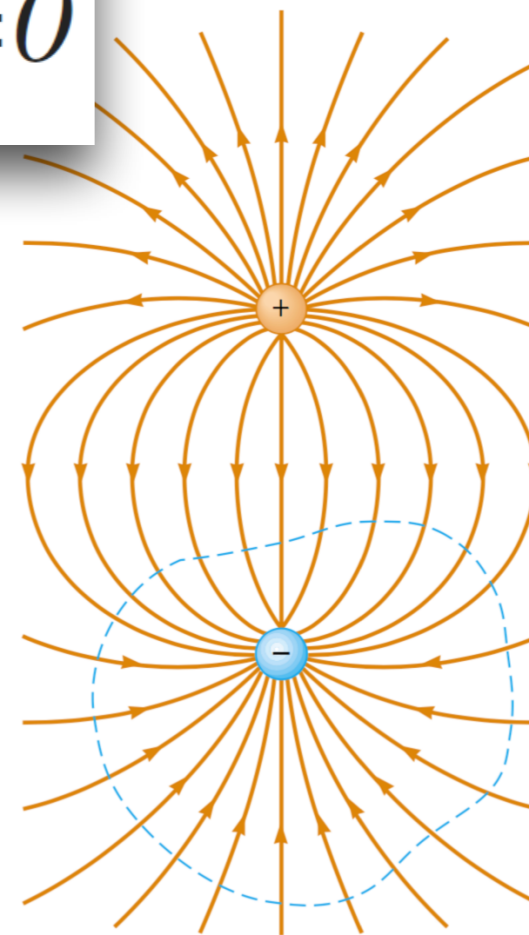


Figure 30.24 The electric field lines surrounding an electric dipole begin on the positive charge and terminate on the negative charge. The electric flux through a closed surface surrounding one of the charges is not zero.

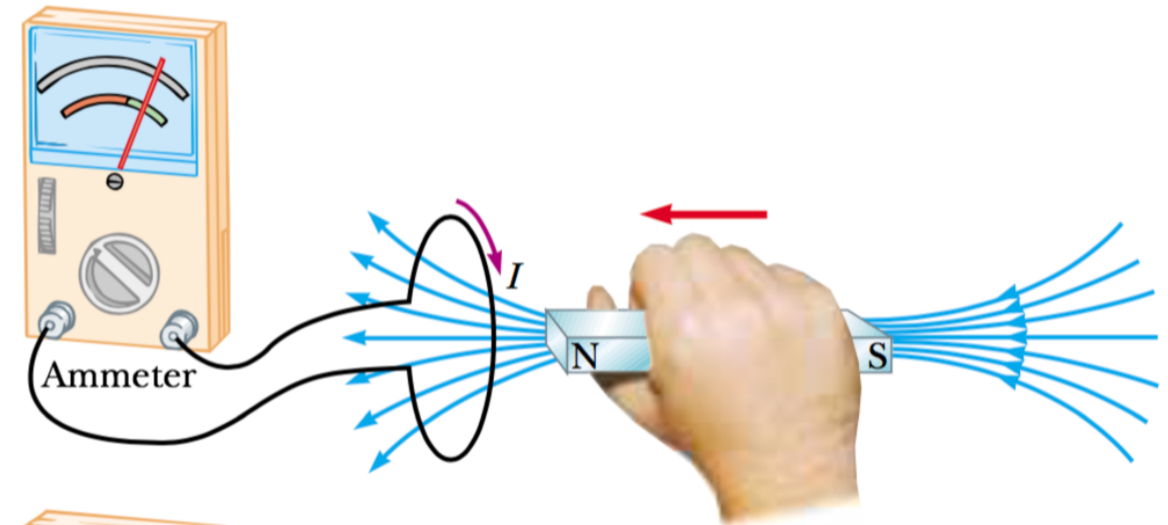
Faraday's Law of Induction

กฎการเหนี่ยวนำของฟาราเดย์

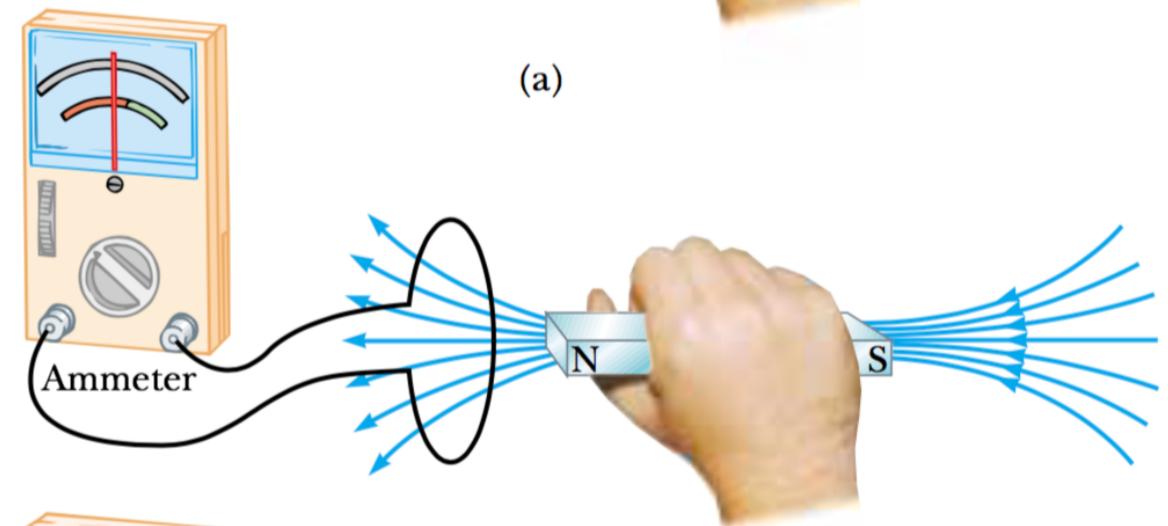
- กระแสไฟฟ้าสามารถสร้างขึ้นได้จากการเปลี่ยนแปลงของสนามแม่เหล็ก

$$\text{EMF } \mathcal{E} = - \frac{d\Phi_B}{dt}$$

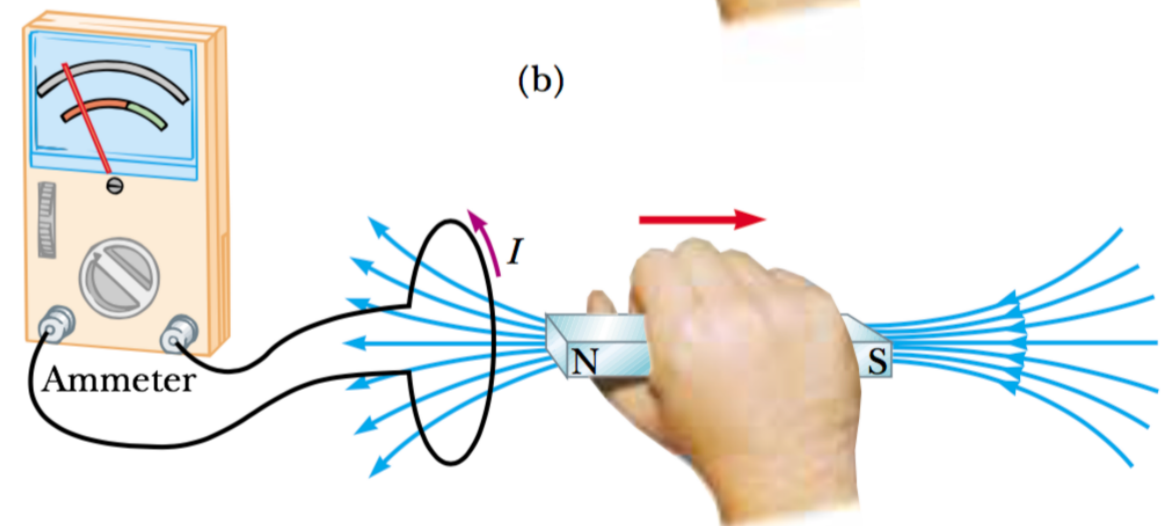
Lenz's Law



(a)



(b)

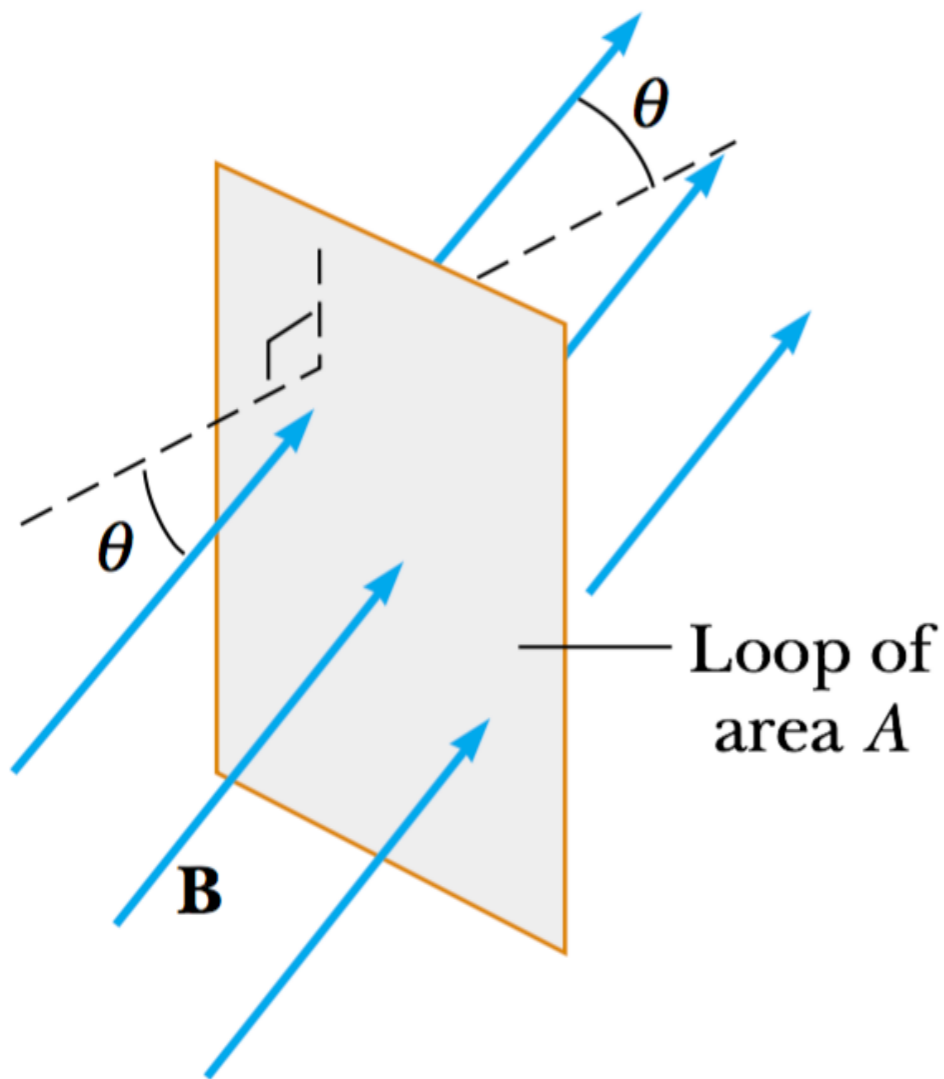


(c)

การเหนี่ยวนำกระแสไฟฟ้าด้วยอำนาจแม่เหล็ก

Faraday's Law of Induction

กฎการเหนี่ยวนำของฟาราเดย์



$$\mathcal{E} = - \frac{d}{dt} (BA \cos \theta)$$

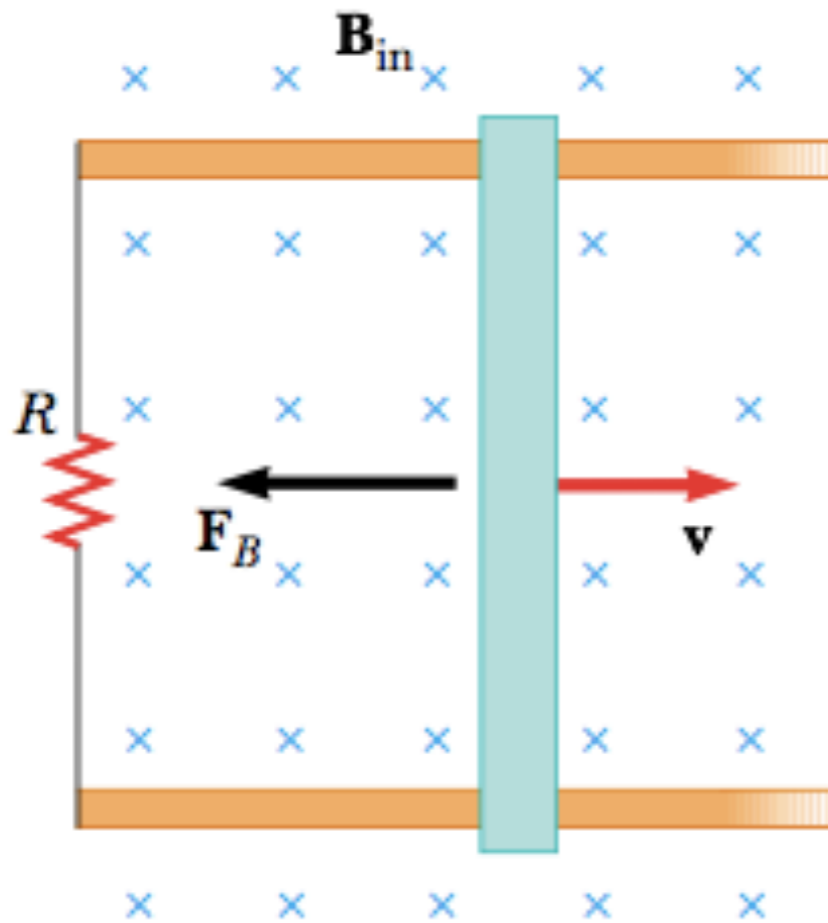
Example

- มีขดลวดเส้นหนึ่งขดเป็นวง โดยมีพื้นที่ภายในขดลวดเป็น A ถูกวางไว้ในสนามแม่เหล็กที่มีทิศตั้งฉากกับระบบพื้นที่ภายในขดลวด ขนาดของสนามแม่เหล็กสามารถเขียนได้เป็น $B=B_{max}e^{-at}$
 - โดยที่ a เป็น ค่าคงที่
 - จงหากระแสไฟฟ้าเหนี่ยวนำที่จะเกิดขึ้น ในขดลวด ในฟังก์ชันของเวลา

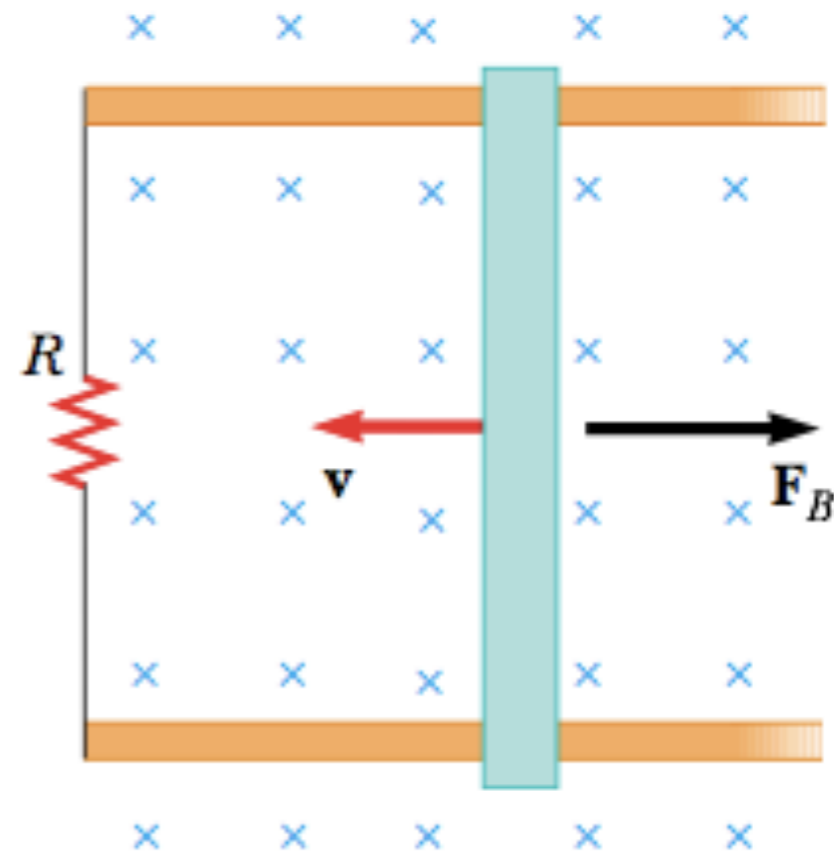
Lenz's Law (กฎของเลนซ์)

$$\mathcal{E} = - \frac{d\Phi_B}{dt}$$

· กระแสไฟฟ้าเหนี่ยวนำในขดลวด จะเกิดขึ้น ในทิศทางที่จะสร้างสนามแม่เหล็กขึ้นมาเพื่อหักล้างการเปลี่ยนแปลงของฟลักซ์แม่เหล็ก ในพื้นที่หน้าตัดของขดลวด

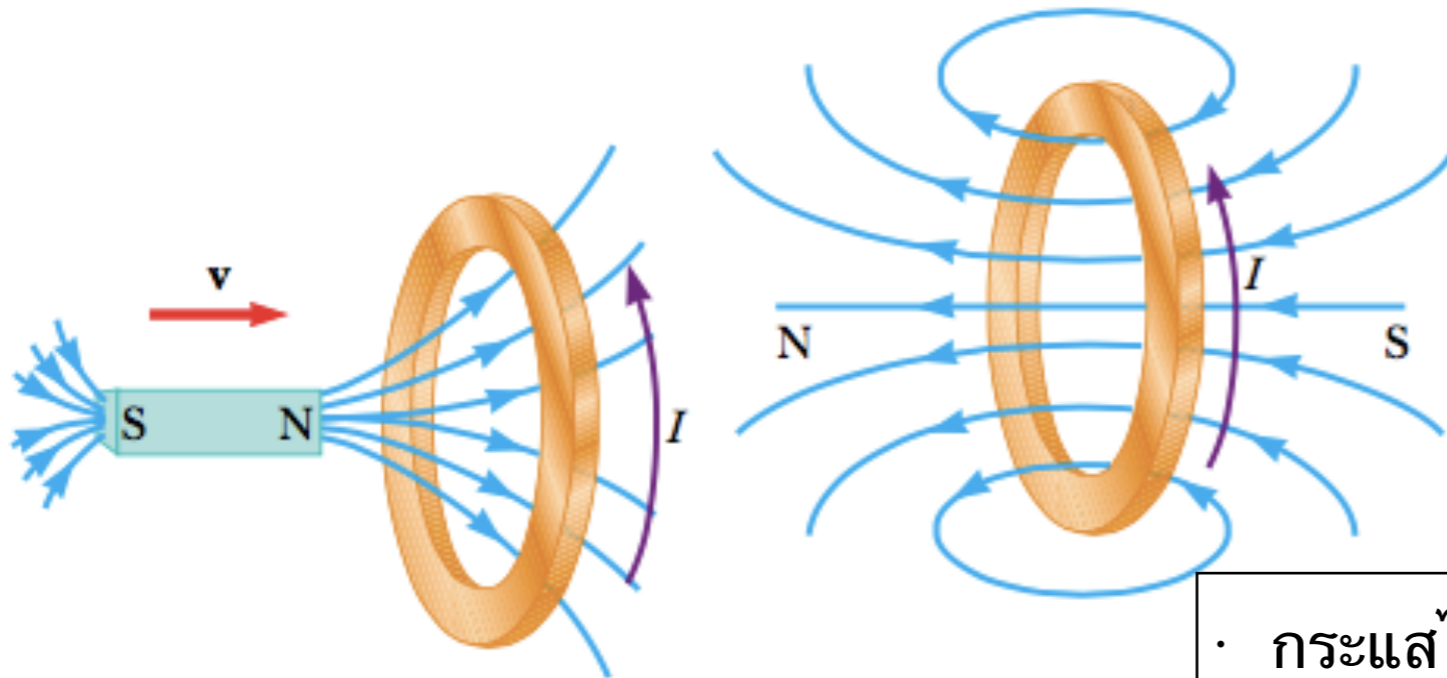


(a)



(b)

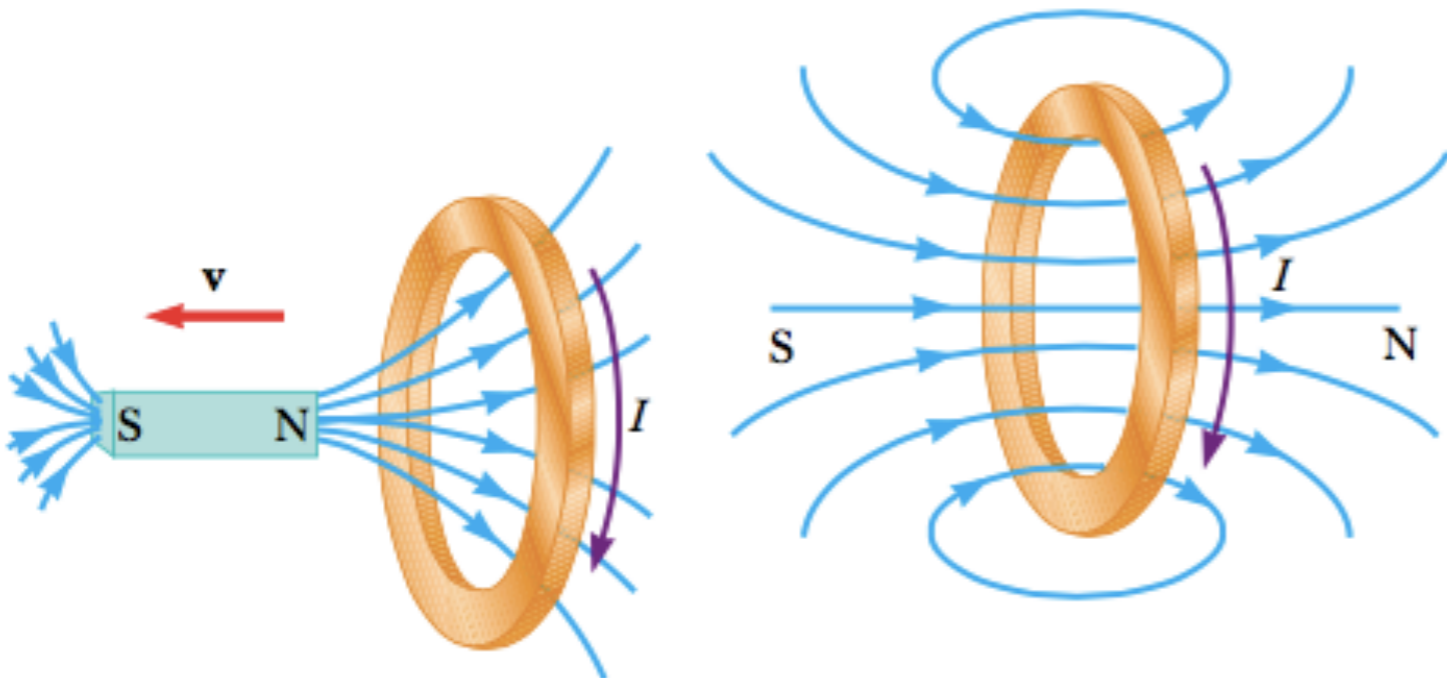
Lenz's Law



(a)

(b)

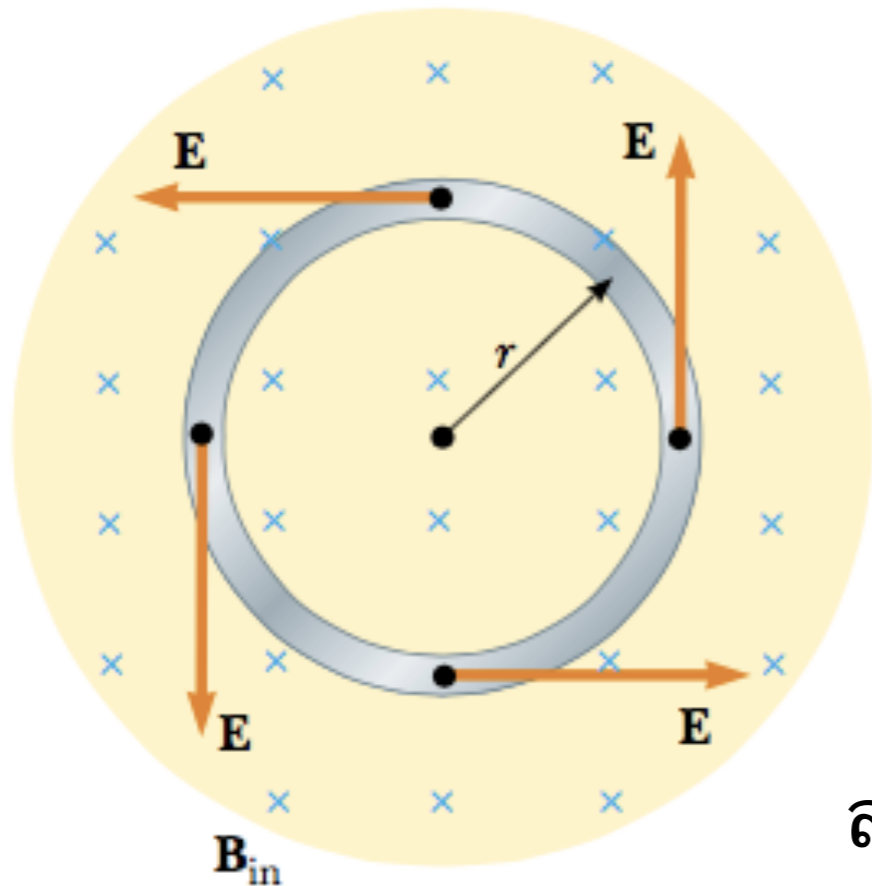
· กระแสไฟฟ้าเหนี่ยวนำในขดลวด จะเกิดขึ้นในทิศทางที่จะสร้างสนามแม่เหล็กขึ้นมาเพื่อหักล้างการเปลี่ยนแปลงของฟลักซ์แม่เหล็ก ในพื้นที่หน้าตัดของขดลวด



(c)

(d)

กระแสไฟฟ้าเหนี่ยวนำและสนามไฟฟ้า



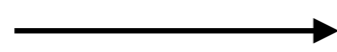
$$q\mathcal{E} = qE(2\pi r)$$

$$E = \frac{\mathcal{E}}{2\pi r}$$

สนามไฟฟ้าเหนี่ยวนำ E เป็นสนามที่ไม่อนุรักษ์
ที่เกิดจากการเปลี่ยนแปลงของสนามแม่เหล็ก

Faraday's Law

$$\mathcal{E} = \oint \vec{E} \cdot d\vec{s}$$



$$\oint \vec{E} \cdot d\vec{s} = -\frac{d\Phi_B}{dt}$$

Maxwell's Equations

- สมการที่ใช้อธิบายแม่เหล็กไฟฟ้าทั้งหมด ถูกรวบรวมโดย James Clerk Maxwell เรียกว่า สมการแมกซ์เวลล์

$$\oint_s \vec{E} \cdot d\vec{A} = \frac{q}{\epsilon_0} \quad \text{Gauss's Law}$$

$$\oint \vec{B} \cdot d\vec{A} = 0 \quad \text{Gauss's Law for magnetism}$$

$$\oint \vec{E} \cdot d\vec{s} = -\frac{d\Phi_B}{dt} \quad \text{Faraday's Law}$$

$$\oint \vec{B} \cdot d\vec{s} = \mu_0 I + \epsilon_0 \mu_0 \frac{d\Phi_E}{dt} \quad \text{Ampere-Maxwell Law}$$