Gauss's law

$$\boxed{\oint_{\substack{\text{closed}\\ \text{surface}}} \vec{E}\cdot d\vec{a} = \frac{q_{enclosed}}{\epsilon_0}}$$

ใช้ได้

1. $\bullet +q$
   ประจุจุด
   $\cdot P \quad E = ?$

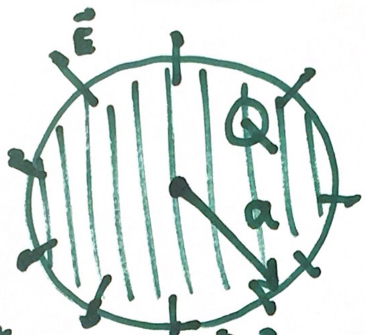
2. $+q\bullet \quad \bullet +q$
   ใช้ยาก

ใช้ Gauss's law หาสนามไฟฟ้า

1. สมมาตร
2. หา Gaussian surface ที่ทำให้การคำนวณ $\oint \vec{E}\cdot d\vec{a}$ ง่าย

   $\Rightarrow$ หา Gaussian surface ที่ E คงที่ และ $\vec{E} \parallel d\vec{a}$

ตัวอย่าง



วัตถุทรงกลมที่มีประจุกระจายตัวสม่ำเสมอ.

$$\rho = \frac{Q}{\frac{4}{3}\pi a^3}$$

จงหา $\vec{E}$ ทั้งข้างนอกและข้างในทรงกลม.

สมมาตร : ทรงกลม. $\Longleftrightarrow$ Gaussian surface.

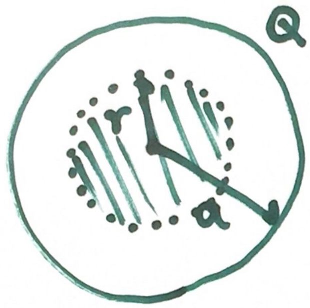
$\vec{E}$: ทิศตั้งฉากกับผิวทรงกลม

$\vec{E}$ ข้างนอก $r > a$

$$\oint \vec{E} \cdot d\vec{a} = E \cdot 4\pi r^2 = \frac{Q}{\epsilon_0}$$

$$\Rightarrow \vec{E} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \cdot \frac{Q}{r^2}\hat{r}$$

$\vec{E}$ ข้างใน $r < a$



$$\oint \vec{E} \cdot d\vec{a} = E \cdot 4\pi r^2$$

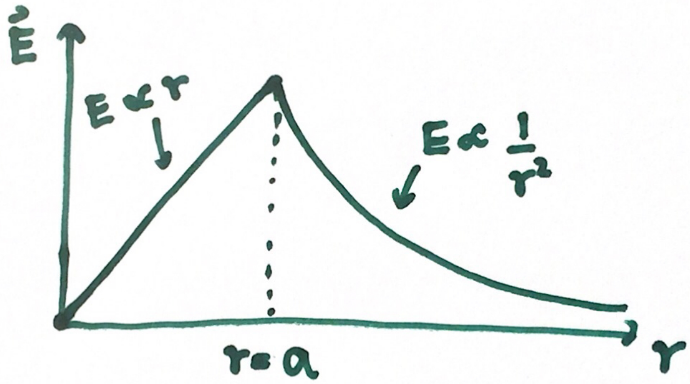
$$\frac{q_{enclosed}}{\epsilon_0} = \frac{\rho \cdot \frac{4}{3}\pi r^3}{\epsilon_0} = \frac{Q}{\cancel{\frac{4}{3}\pi} a^3} \cdot \cancel{\frac{4}{3}\pi} r^3 \cdot \frac{1}{\epsilon_0}$$

$$= \frac{Q}{a^3} \cdot r^3 \cdot \frac{1}{\epsilon_0}$$

$$\Rightarrow E \cdot 4\pi r^2 = \frac{Q}{a^3} \cdot r^3 \cdot \frac{1}{\epsilon_0}$$

$$\boxed{\vec{E} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \cdot \frac{Q}{a^3} \cdot r\,\hat{r}}$$

กราฟของ $\vec{E}$

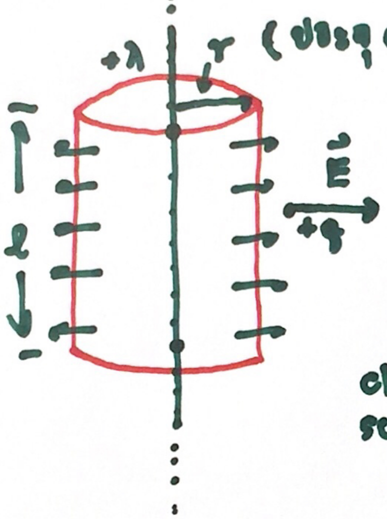


ตัวอย่าง

infinite line charge.

ความหนาแน่นของประจุสม่ำเสมอ ให้มีค่า $+\lambda$

(ประจุต่อความยาว)



สมมาตร : ทรงกระบอก

$\vec{E}$: ทิศของสนามไฟฟ้าตั้งฉากกับเส้นประจุ

$$\underset{\text{closed surface}}{\oint} \vec{E}\cdot d\vec{a} = \cancel{\Phi_{\text{บน}}}^{\,0} + \cancel{\Phi_{\text{ล่าง}}}^{\,0} + \Phi_{\text{ข้าง}}$$

$$= \int_{\text{ด้านข้างของทรงกระบอก}} \vec{E}\cdot d\vec{a} = E\int_{\text{ด้านข้าง}} da$$

$$= E \cdot 2\pi r l$$

$$\frac{q_{enclosed}}{\epsilon_0} = \frac{\lambda l}{\epsilon_0}$$

$$\Rightarrow \quad E \cdot 2\pi r l = \frac{\lambda l}{\epsilon_0}$$

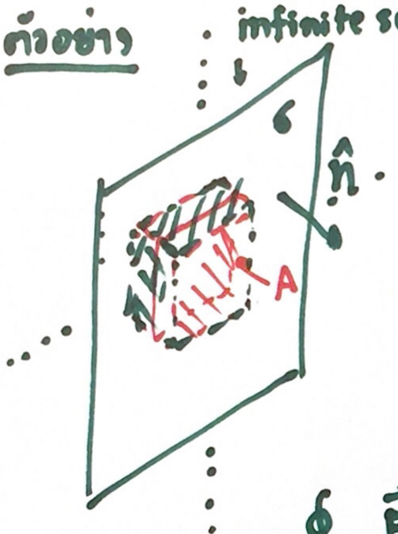
$$E = \frac{\lambda}{2\pi r \epsilon_0}$$

คิดรวมทิศ : $\hat{r}$

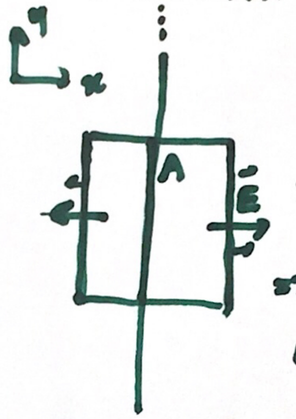
$$\Rightarrow \quad \boxed{\vec{E} = \frac{1}{2\pi\epsilon_0} \cdot \frac{\lambda}{r}\hat{r}}$$

ตัวอย่าง infinite surface charge

ความหนาแน่นเชิงพื้นที่ เท่ากับ $+\sigma$



$\Rightarrow$



สมมาตร : กล่องสี่เหลี่ยมมุมฉาก

$\vec{E}$: ทิศออกจากพื้นผิว.

$\Rightarrow$ Gaussian surface เช่นกล่อง

$$\oint_{\text{closed surface}} \vec{E}\cdot d\vec{a} = \Phi_{\text{หน้า}} + \Phi_{\text{หลัง}} + \cancel{\Phi_{\text{ข้าง}}}^{\,0}$$

$$= EA + EA = 2EA$$

$$\frac{q_{enclosed}}{\epsilon_0} = \frac{\sigma A}{\epsilon_0} \Rightarrow 2E\cancel{A} = \frac{\sigma \cancel{A}}{\epsilon_0}$$

$$\Rightarrow \boxed{\vec{E} = \frac{\sigma}{2\epsilon_0}\hat{n}}$$

ทิศทางตั้งฉากกับผิว

<u>ตัวอย่าง</u>

วัตถุทรงกลม รัศมี a มีความหนาแน่นของประจุที่เป็นฟังก์ชันของ r.

$$\rho = \rho_0 \left(\frac{r}{a}\right)^2 \quad ; \quad r \leq a$$

จงหา $\vec{E}$ ภายในและภายนอกของทรงกลมนี้