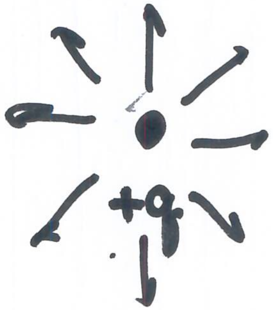
Ampere's law

Ampere's law

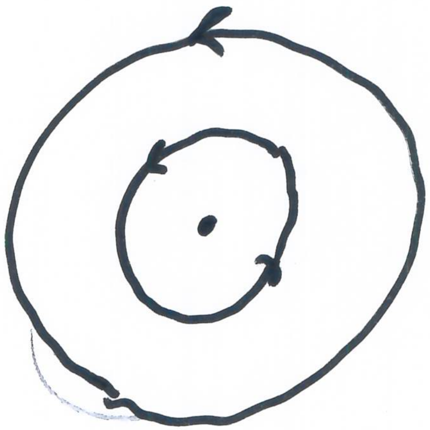
ลักษณะของสนามแม่เหล็ก กับสนามไฟฟ้า

สนามไฟฟ้า

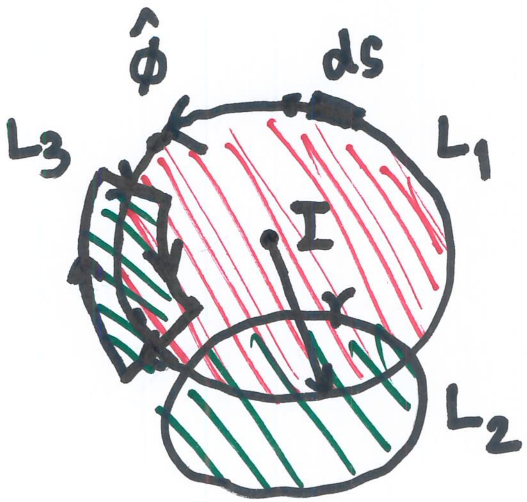


$$\oint_{\substack{\text{closed}\\\text{surface}}} \vec{E} \cdot d\vec{a} = \frac{q_{enclosed}}{\epsilon_0}$$

มาจาก สนามแม่เหล็ก



สร้าง loop เพื่อหาสนามแม่เหล็ก
ในแนว loop



$$\vec{B} = \frac{\mu_0 I}{2\pi r}\hat{\phi}$$

$$\int_{L_1} \vec{B}\cdot d\vec{s} = \int_{L_1} \frac{\mu_0 I}{2\pi r} ds = \frac{\mu_0 I}{2\pi r} \overbrace{\int_{L_1} ds}^{\text{ความยาวรอบ loop } L_1}$$

$$= \frac{\mu_0 I}{\cancel{2\pi r}} \cdot \cancel{2\pi r}$$

line integral $= \mu_0 I$ ไม่ขึ้นกับ r.

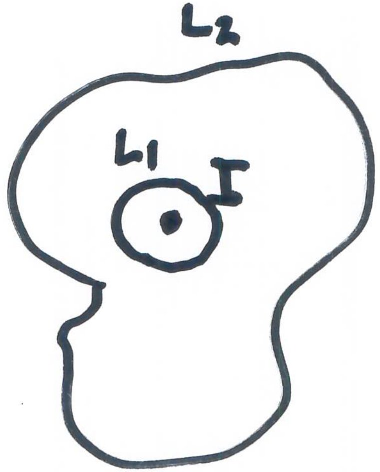
$$\left.\begin{aligned} \int_{L_3} \vec{B}\cdot d\vec{s} &= 0 \\ \int_{L_2} \vec{B}\cdot d\vec{s} &= 0 \end{aligned}\right\}$$ เพราะไม่มี~~ผ~~กระแสไหลผ่าน loop L_2 และ L_3

Ampere's law

$$\boxed{\int_{\substack{\text{closed}\\\text{loop}}} \vec{B}\cdot d\vec{s} = \mu_0 I_{enclosed}}$$

ไม่ขึ้นกับลักษณะของ loop

loop → Amperian loop.



$r < a$ ภายในเส้นลวด

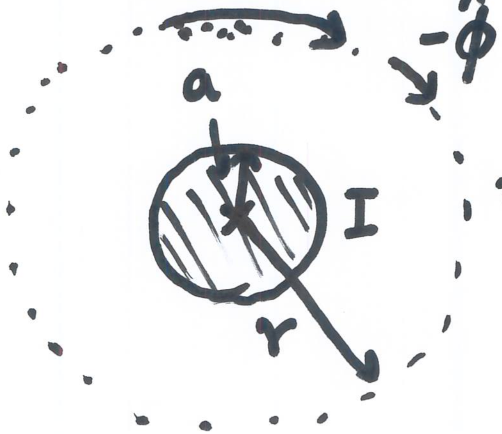
$$\oint_{\text{closed loop}} \vec{B} \cdot d\vec{s} = B \oint ds = B \cdot 2\pi r$$

$$I_{enclosed} = \frac{I}{\pi a^2} \cdot \pi r^2 = I \cdot \frac{r^2}{a^2}$$

$$\Rightarrow \quad B \cdot 2\pi \cancel{r} = \mu_0 I \frac{r^{\cancel{2}}}{a^2}$$

$$\boxed{\vec{B} = \frac{\mu_0 I}{2\pi a^2} \cdot r\,(-\hat{\phi})}$$

ตัวอย่าง



เส้นลวดรัศมี a มีกระแส I ไหลผ่านอย่าง~~สม่~~ สม่ำเสมอ จงหา $\vec{B}$ ภายในและภายนอกเส้นลวด.

$r > a$ ภายนอกเส้นลวด.

สมมาตร : วงกลม. $\Rightarrow$ สนามแม่เหล็กวนเป็นวงกลม

Amperian loop : วงกลม.

$$\oint_{\text{closed loop}} \vec{B}\cdot d\vec{s} = B \oint_{\text{closed loop}} ds = B\cdot 2\pi r = \mu_0 I$$

B คงที่

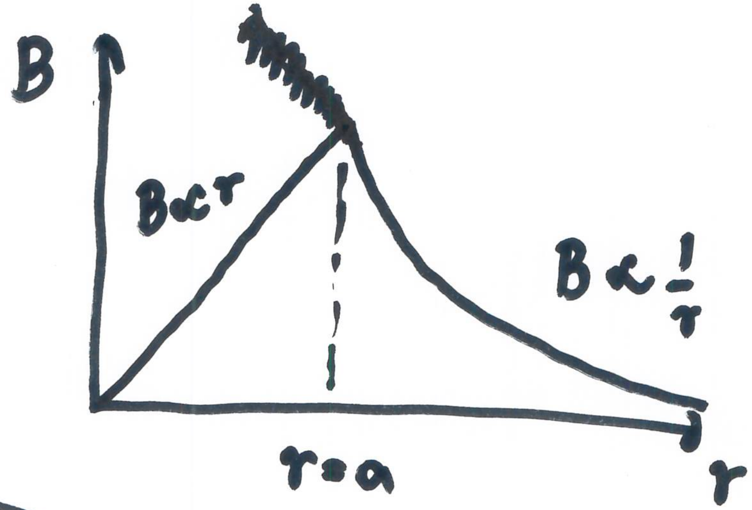
$\vec{B} \parallel d\vec{s}$

$$\Rightarrow \quad B = \frac{\mu_0 I}{2\pi r}$$

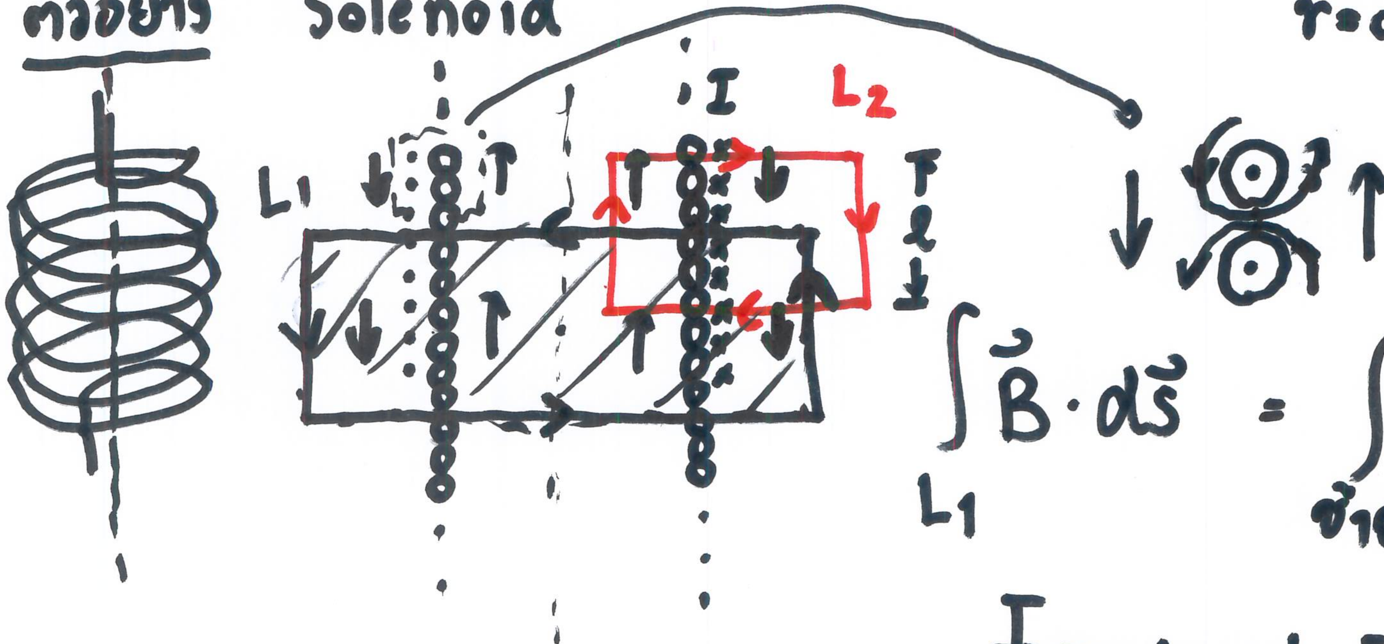
$$\boxed{\vec{B} = \frac{\mu_0 I}{2\pi r}(-\hat{\phi})}$$

ถ้า $r > a \Rightarrow \vec{B} \propto \frac{1}{r}$

$r < a \Rightarrow \vec{B} \propto r$



ตัวอย่าง Solenoid



$$\oint_{L_1} \vec{B}\cdot d\vec{s} = \int_{\text{ซ้าย,ขวา}} \vec{B}_{\text{ด้านนอก}}\cdot d\vec{s}$$

$$I_{enclosed} = 0$$

$$\Rightarrow B_{\text{ด้านนอก}} = 0$$

$$\int_{\substack{\text{closed}\\ \text{loop}}} \vec{B}\cdot d\vec{s} = Bl$$

เขียนในรูปของ l

$$I_{\text{enclosed}} = NI$$

ถ้ารู้ความหนาแน่นของขดลวด จำนวนขดลวดต่อความยาว

n = ความหนาแน่น

$$\Rightarrow \quad N = nl$$

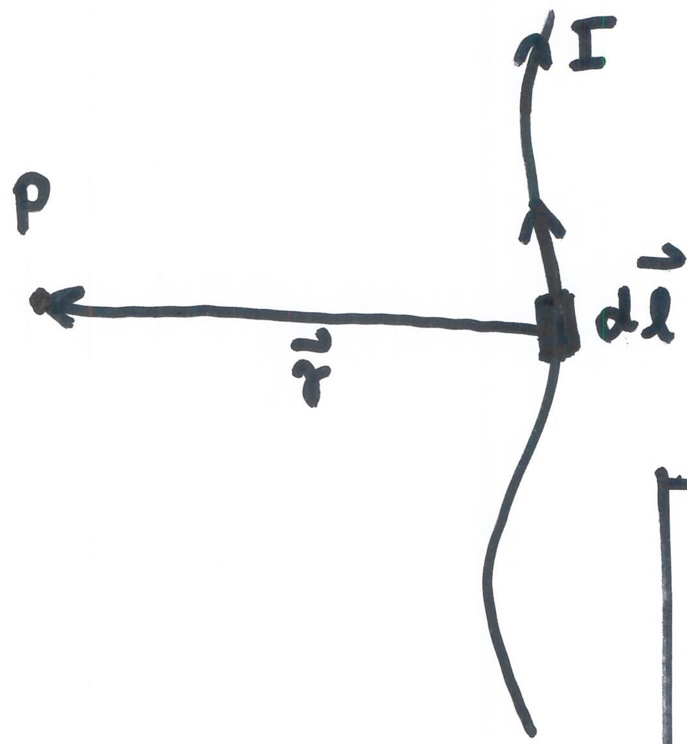
จำนวนขดลวดที่อยู่ภายใน loop

$$\Rightarrow \quad Bl = \mu_0 n l I$$

$$\Rightarrow \quad \boxed{B = \mu_0 n I.}$$

กระแสคงที่ ไม่เปลี่ยนกับเวลา.

<u>Biot - Savart Law</u> : คำนวณสนามแม่เหล็กจากกระแส I

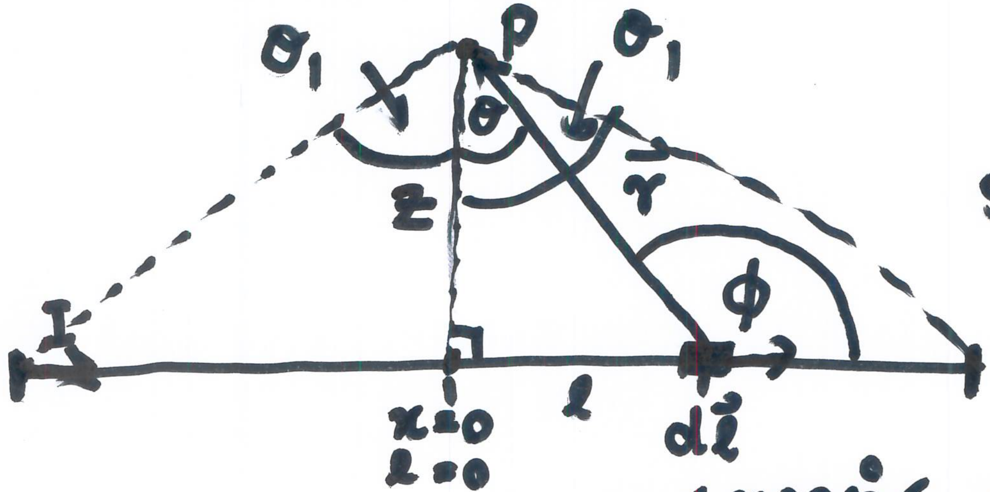


$$d\vec{B} = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{I\,d\vec{l} \times \hat{r}}{r^2}$$

สนามแม่เหล็ก
ที่เกิดจากกระแสที่ $d\vec{l}$
ณ จุด P

$$\boxed{\vec{B} = \int_{\text{ตามเส้นลวด}} d\vec{B} = \frac{\mu_0}{4\pi} \int_{\text{ตามเส้นลวด}} \frac{I\,d\vec{l} \times \hat{r}}{r^2}}$$

ตัวอย่าง กระแสผ่านลวดตรง



$\phi = 90^\circ + \theta$

$\sin\phi = \sin(90^\circ + \theta)$
$= \cos\theta$

$|d\vec{B}| = \frac{\mu_0 I}{4\pi} \left| \frac{d\vec{l} \times \hat{r}}{r^2} \right|$ บอกทิศ ขนาดของ $\hat{r}$ เท่ากับ 1.

$|d\vec{l} \times \hat{r}| = |d\vec{l}||\hat{r}| \sin\phi = dl\sin\phi = \cos\theta\, dl.$

$|d\vec{B}| = \frac{\mu_0 I}{4\pi} \cdot \frac{\cos\theta}{(r^2)} (dl)$

$\cos\theta = \frac{z}{r} \Rightarrow \frac{1}{r} = \frac{\cos\theta}{z} \Rightarrow \boxed{\frac{1}{r^2} = \frac{\cos^2\theta}{z^2}}$

~~$\sin\theta = l$~~ $\quad \tan\theta = \frac{l}{z} \Rightarrow l = z\tan\theta$

$$l = z\,\frac{\sin\theta}{\cos\theta}$$

$$\boxed{dl = \frac{z}{\cos^2\theta}\,d\theta}$$

$$|d\vec{B}| = \frac{\mu_0 I}{4\pi}\cdot\cos\theta\cdot\frac{\cancel{\cos^2\theta}}{z^{\cancel{2}}}\cdot\frac{\cancel{z}}{\cancel{\cos^2\theta}}\,d\theta$$

$$= \frac{\mu_0 I}{4\pi z}\cdot\cos\theta\,d\theta$$

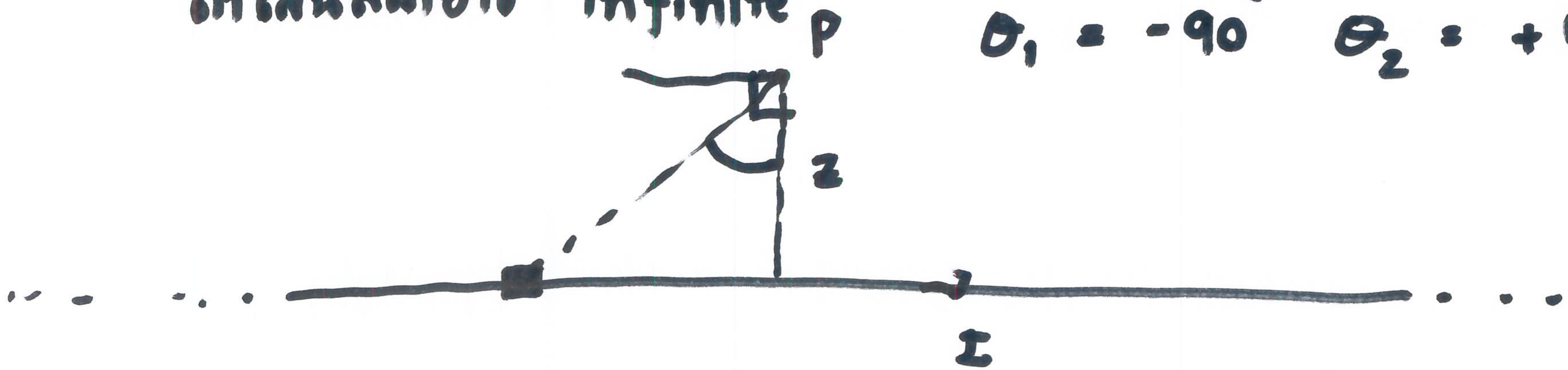
$$|\vec{B}| = \int_{\text{ตามเส้นลวด}} |d\vec{B}| = \frac{\mu_0 I}{4\pi z}\cdot\int_{\theta_1}^{\theta_2}\cos\theta\,d\theta.$$

$$= \frac{\mu_0 I}{4\pi z}\left(\sin\theta_2 - \sin\theta_1\right)$$

$$\boxed{|\vec{B}| = \frac{\mu_0 I}{4\pi z}(\sin\theta_2 - \sin\theta_1)}$$

ถ้าเส้นลวดยาว infinite

$\theta_1 = -90^\circ \quad \theta_2 = +90^\circ$



$$|\vec{B}| = \frac{\mu_0 I}{4\pi z}\underbrace{\Big(\underbrace{\sin 90^\circ}_{=1} - \underbrace{\sin(-90^\circ)}_{=-1}\Big)}_{=2} = \frac{\mu_0 I}{2\pi z}$$

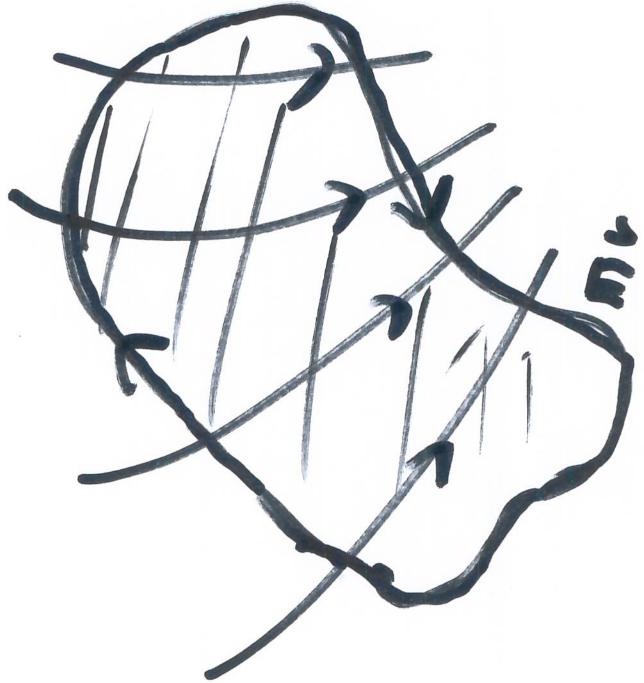
Induction : การเหนี่ยวนำของสนามแม่เหล็ก ที่ทำให้เกิดสนามไฟฟ้า

ศักย์ไฟฟ้า

$$\mathcal{E} = -\frac{d\Phi_B}{dt}$$

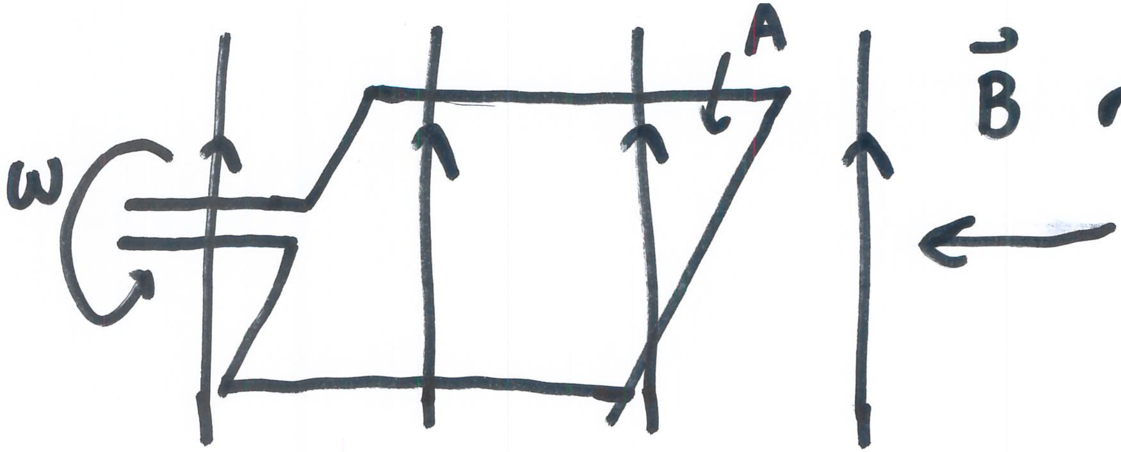
electromotive force

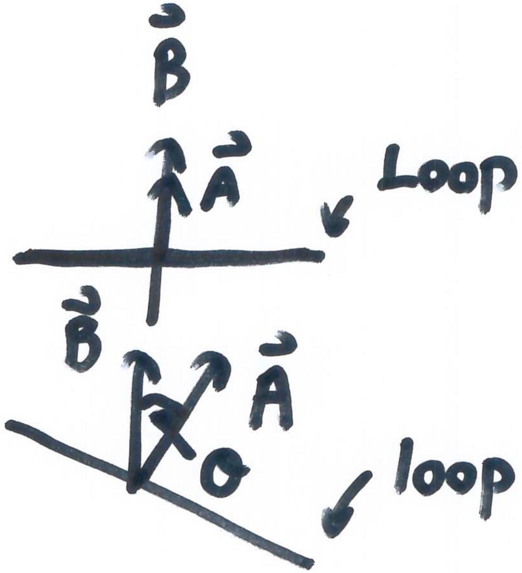
$$\mathcal{E} \overset{?}{=} \oint_{loop} \vec{E} \cdot d\vec{l}$$



$$\rightarrow \boxed{\oint_{loop} \vec{E} \cdot d\vec{l} = -\frac{d\Phi_B}{dt}}$$

<u>ตัวอย่าง</u>





$$\Phi_B = \vec{B}\cdot\vec{A} = BA\cos\theta$$

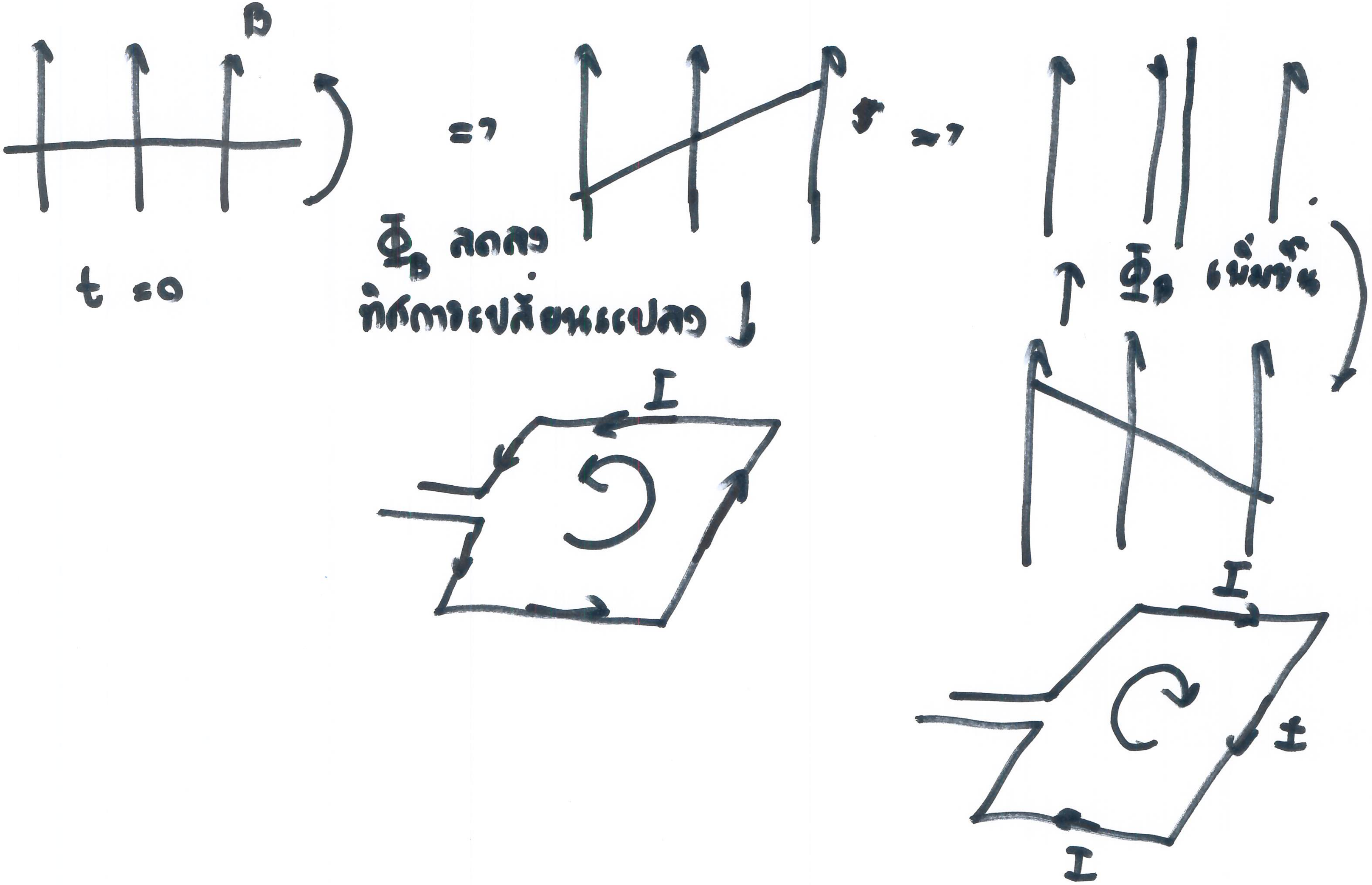
$$= BA\cos\omega t$$

$$\theta = \omega t$$

หา $\dfrac{d\Phi_B}{dt} = -BA\omega\sin\omega t$

ได้ $\varepsilon = -\dfrac{d\Phi_B}{dt} = \omega BA\sin\omega t$

พิจารณาทิศ.


B
t = 0
$\Rightarrow$
$\Rightarrow$
Φ_B ลดลง
ทิศการเปลี่ยนแปลง ↓
I
↑ Φ_B เพิ่มขึ้น
I
I
I