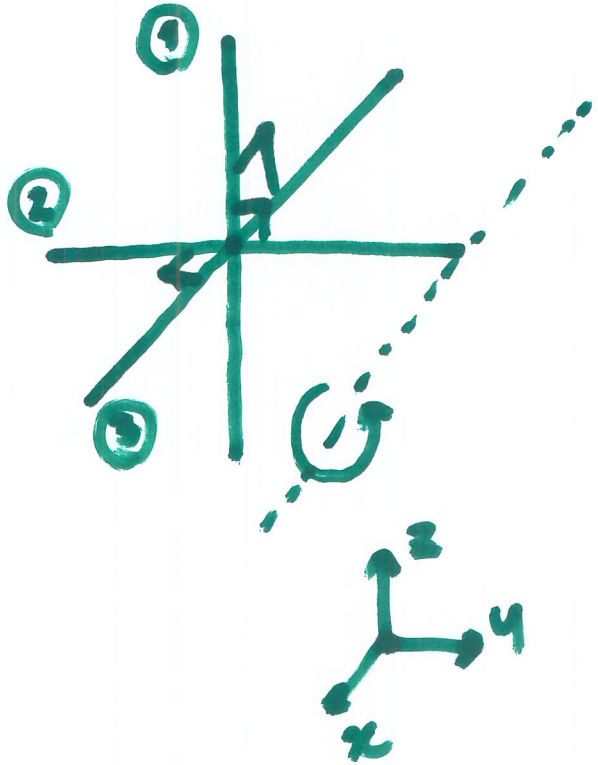
การหมุน

1. รอบที่มีมวล
2. การกลิ้งลงพื้นเอียง
3. การหาโมเมนต์ความเฉื่อย.

$$I_{cm} = \frac{1}{12}ML^2$$

ตัวอย่าง มีมวล M ยาว L จงหาโมเมนต์ความเฉื่อย.



$$I_{①} = I_{cm} + M\left(\frac{L}{2}\right)^2 = \frac{1}{12}ML^2 + \frac{1}{4}ML^2 = \frac{1}{3}ML^2$$

$$I_{②} = I_{cm} + M\left(\frac{L}{2}\right)^2 = \frac{1}{12}ML^2 + \frac{1}{4}ML^2 = \frac{1}{3}ML^2$$

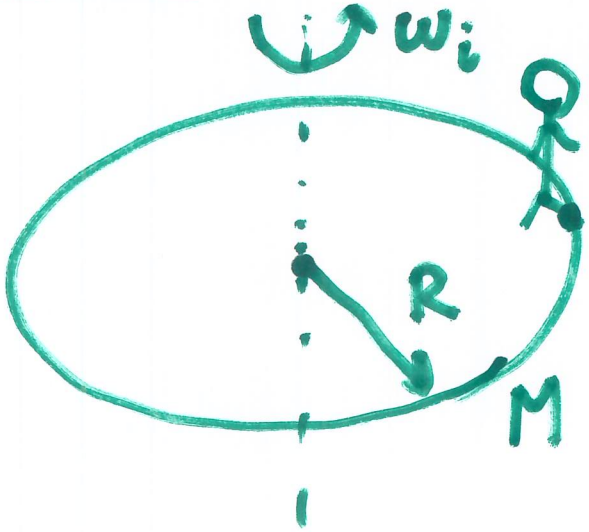
$$I_{③} = \frac{1}{2}MR^2 + M\left(\frac{L}{2}\right)^2 = \frac{1}{2}MR^2 + \frac{1}{4}ML^2 = \frac{1}{4}ML^2$$

(R คือรัศมีของหน้าตัดของแท่งวัตถุ)

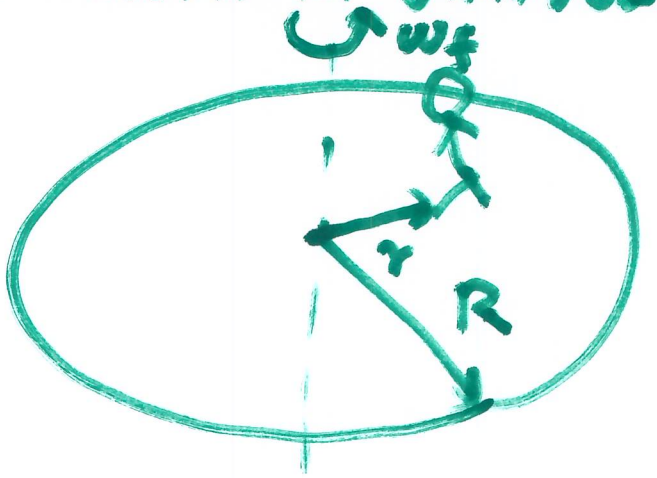
$R \ll L$

$$I_{รวม} = \left(\frac{1}{3} + \frac{1}{3} + \frac{1}{4}\right)ML^2 = \frac{11}{12}ML^2$$

ตัวอย่าง โมเมนตัมเชิงมุม.



เริ่มต้นคนมวล m ยืนที่ขอบของจานหมุน



จงหา ω_f = ? ให้ $R = 2\ m$ $r = 0.5\ m$

$M = 100\ kg$ $m = 60\ kg$.

$\omega_i = 2\ rad/s$

รู้ว่า $\Sigma\vec{\tau} = 0$ => L คงที่ เพราะว่า $\Sigma\vec{\tau} = \frac{d\vec{L}}{dt}$

$$L_i = L_f$$

$L = I\omega$; $I_i\omega_i = I_f\omega_f$

$$I_i = I_{rim} + I_{rim,i} = \frac{1}{2}MR^2 + mR^2$$

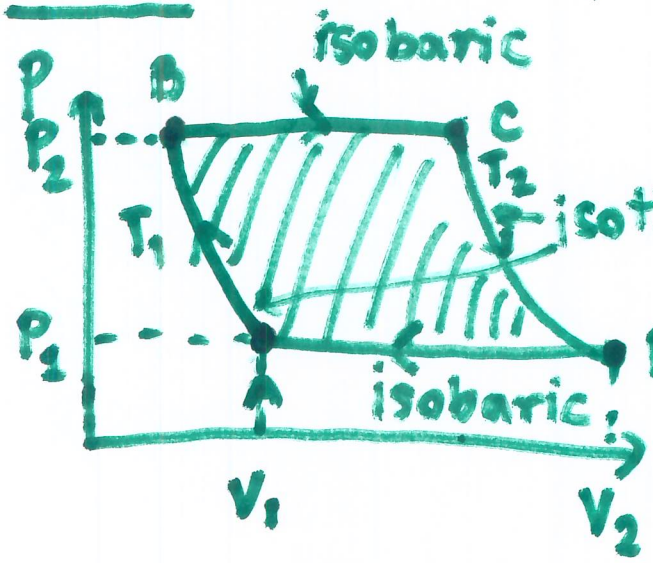
$$I_f = I_{rim} + I_{rim,f} = \frac{1}{2}MR^2 + mr^2$$

$$\Rightarrow \quad \omega_f = \frac{I_i \omega_i}{I_f}$$

$$= \left(\frac{\frac{1}{2}MR^2 + mR^2}{\frac{1}{2}MR^2 + mr^2} \right) \omega_i$$

$$= 4.1 \text{ rad/s}$$

ตัวอย่าง Thermodynamics



isobaric และ isothermal

จงหางานรวมของระบบ.

ในรูปของ P_1, P_2, V_1, V_2

$$W_{isothermal} = nRT \ln\left(\frac{V_i}{V_f}\right)$$

$$W = W_{AB} + W_{BC} + W_{CD} + W_{DA}$$

$$= nRT_1 \ln\left(\frac{V_A}{V_B}\right) - P_2(V_C - V_B) + nRT_2 \ln\left(\frac{V_C}{V_2}\right) - P_1(V_1 - V_2)$$

จาก equation of state $PV = nRT$

$$\left(\begin{array}{l} P_1V_1 = P_2V_B \quad ; \; P_2V_2 = P_2V_C \\ \frac{P_1}{P_2} = \frac{V_B}{V_1} \quad ; \; \frac{P_1}{P_2} = \frac{V_C}{V_2} \end{array}\right.$$

$$W = nRT_1 \ln\left(\frac{P_2}{P_1}\right) + nRT_2 \ln\left(\frac{P_1}{P_2}\right)$$

$$= nRT_1 \ln\left(\frac{P_2}{P_1}\right) - nRT_2 \ln\left(\frac{P_2}{P_1}\right)$$

$$= nR(T_1 - T_2) \ln\left(\frac{P_2}{P_1}\right).$$

ที่จุด A $P_1V_1 = nRT_1$ ที่จุด D $P_1V_2 = nRT_2$

$$= (P_1V_1 - P_1V_2) \ln\left(\frac{P_2}{P_1}\right)$$

$$= P_1(V_1 - V_2) \ln\left(\frac{P_2}{P_1}\right)$$

■