Lecture 9

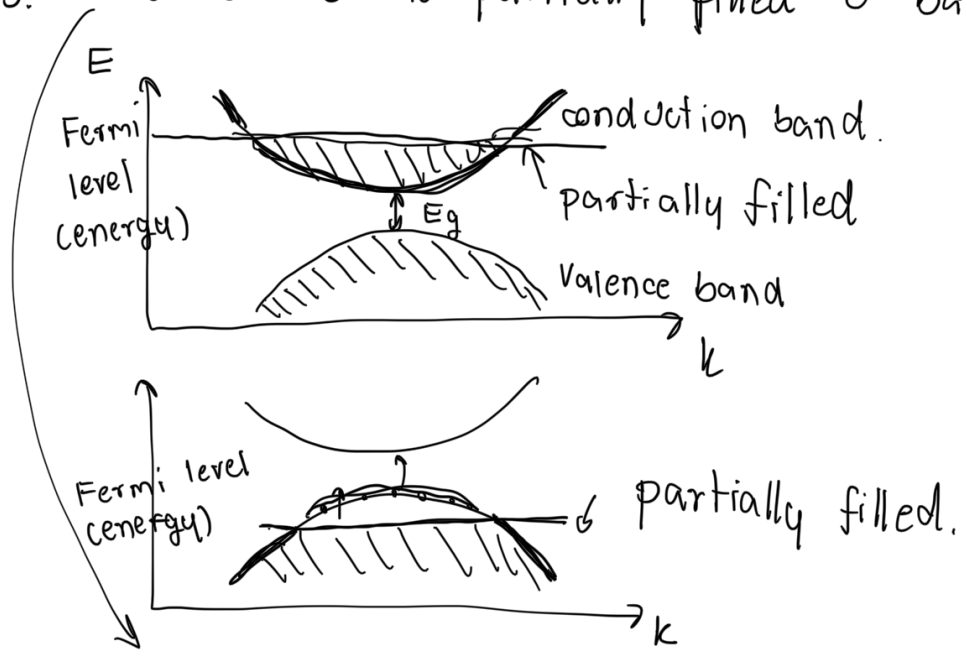
Metals and Fermi Surfaces.

จาก electronic band structure เราสามารถจำแนกสาร solid state ออกได้เป็น 3 ประเภท.

1. semiconductors มี gap แต่ thermal energy (kT) สามารถ excite e^- จาก valence ไป conductor bands ได้.

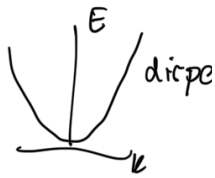
2. insulators มี gap ที่กว้างมาก จน thermal energy ไม่สามารถ excite e^- ได้.

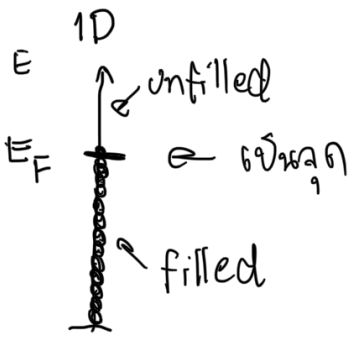
3. metals e^- จะ partially filled e^- band.

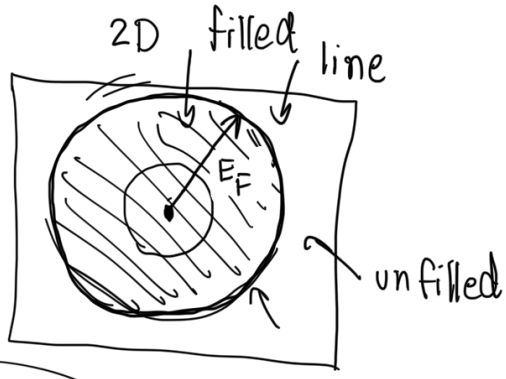


เป็นสารที่มี unfilled (partially filled) top-most band (band สูงสุด)

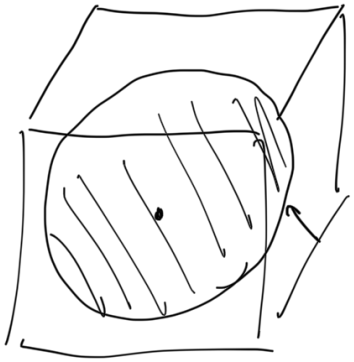
boundary ระหว่างส่วนของ e^- band จะมี e^- กับส่วนที่ไม่มี e^- → Fermi surface.

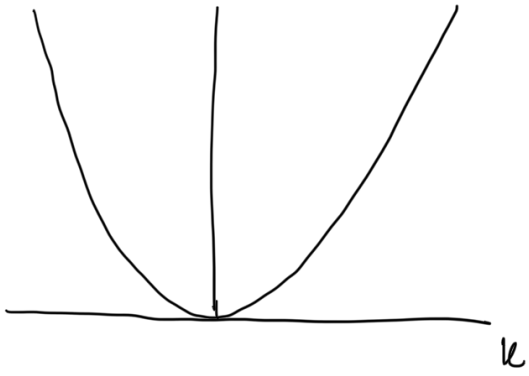




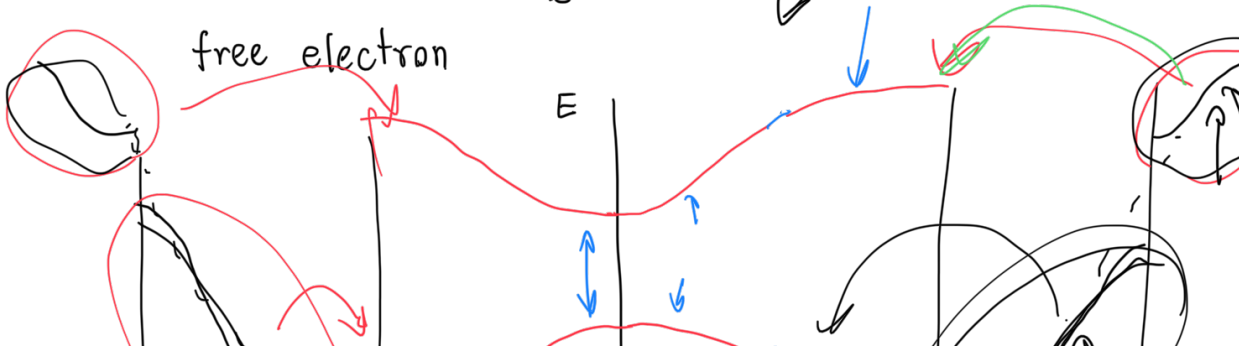


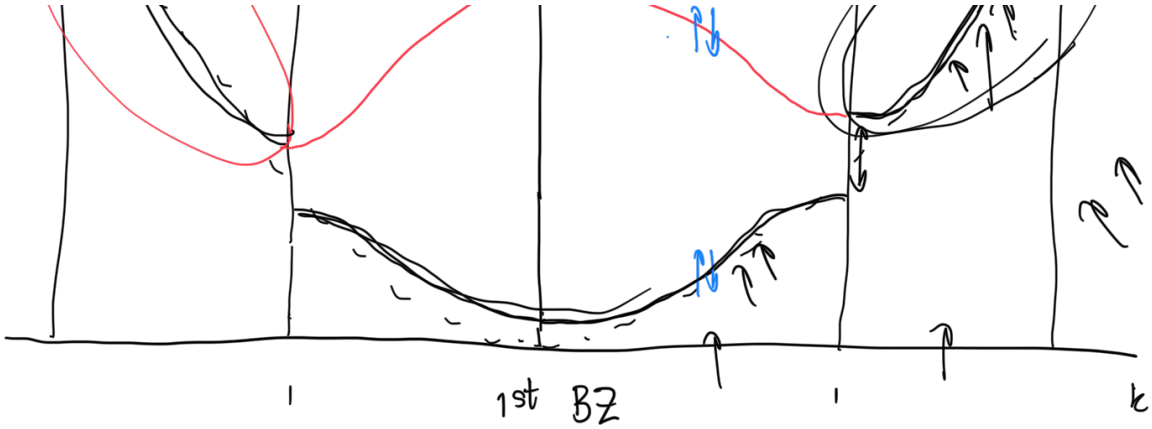
3D : Fermi surface จะเป็น plane ใน 2D.





เพิ่ม interaction ระหว่าง e^- กับ nucleus.



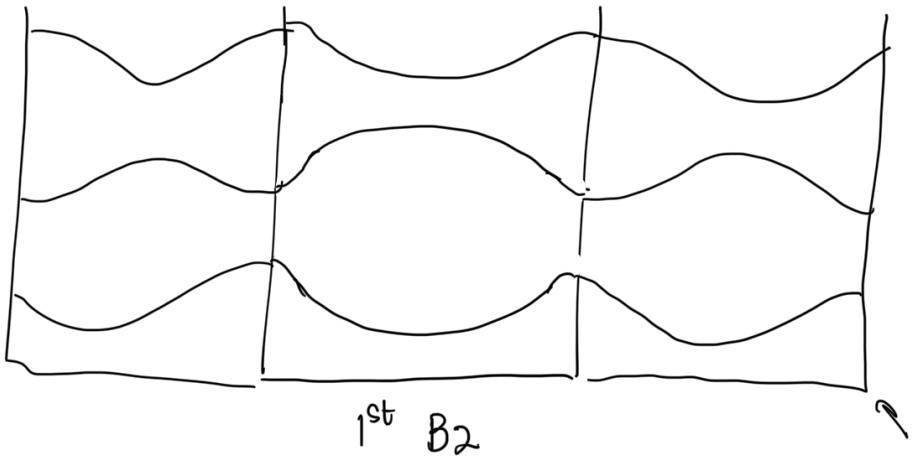


จาก dispersion ได้ 3 แบบ

1. extended zone scheme. แบ่ง dispersion ออกเป็นของแต่ละ zone ที่มี band ที่ต่างกัน

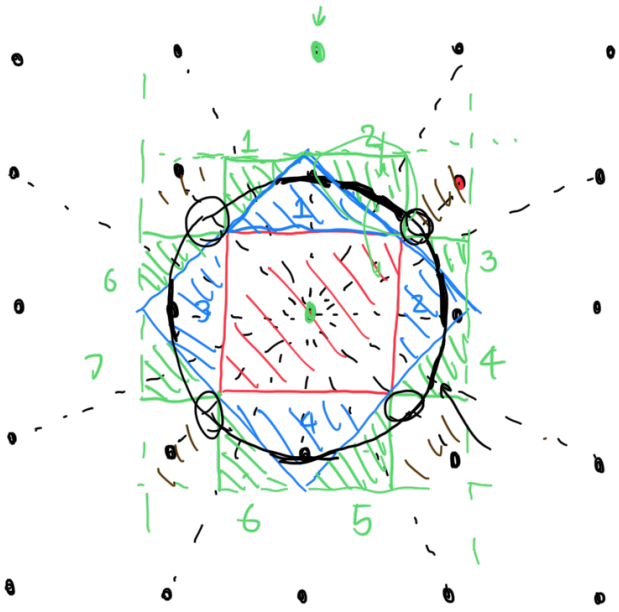
→ 2 Reduced zone scheme. map ทุก band มาอยู่ใน 1st BZ.

→ 3. Periodic zone scheme.: จาก 1st BZ ซ้ำๆ ในทุก zone.



Wigner- Seitz cell

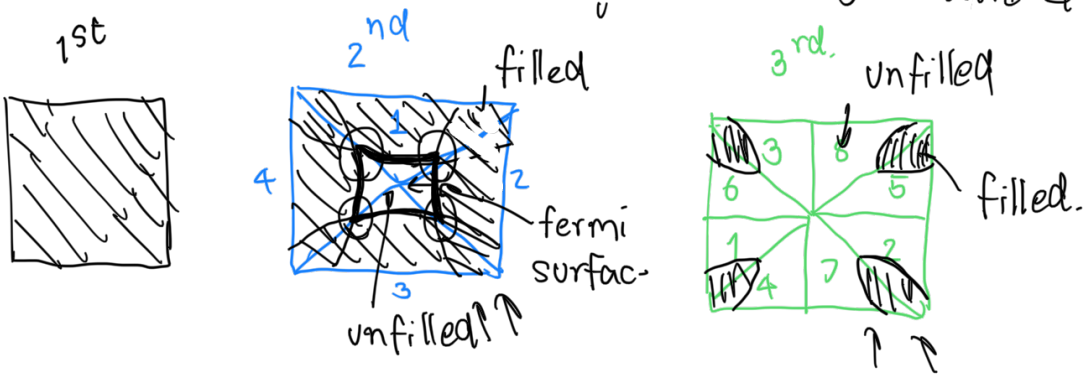
1st BZ. คือ Wigner- Seitz cell ใน reciprocal space.

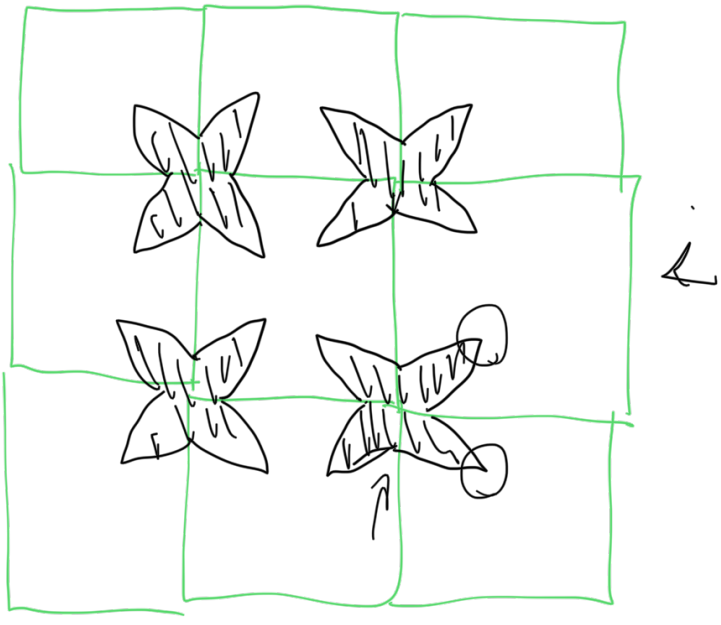


ภายในของกลม มี e^- (filled)

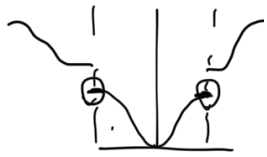
ภายนอกของกลม ไม่มี e^- (unfilled)

=> fermi surface อยู่ใน 2nd 3rd และ 4th BZ



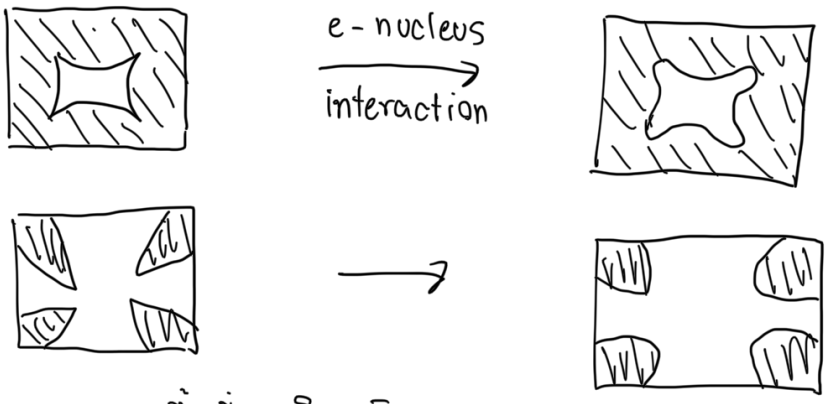


Nearly free electrons : มี interaction ระหว่าง e^- กับ nucleus แต่ interaction มีค่าน้อย.



ผลของ e^- - nucleus interaction

1. เกิด energy gap ที่ zone boundary.
2. Fermi surface จะ normal (หรือตั้งฉาก) กับ zone boundary เสมอ.
3. การที่มี periodic potential จะทำให้มุมของ Fermi surface มนขึ้น (smooth).



4. พื้นที่ภายใน Fermi surface จะไม่เปลี่ยน เพราะมันไม่ขึ้นกับ e^- - nucleus interaction แต่จะขึ้นกับจำนวนของ e^- ใน unit cell.

วัด Fermi surface จากการทดลอง.

• Fermi surface มีผลกับสมบัติเชิงฟิสิกส์ เช่น การนำไฟฟ้า (ความต้านทาน) หรือ สมบัติเชิงแม่เหล็ก (magnetization)

ปริมาณที่วัดได้ ที่ขึ้นกับ magnetic field ที่สามารถบอกถึงรูปร่างของ Fermi suface ได้.

1. magnetoresistance.
2. cyclotron resonance

2. cyclotron resonance.

3. magneto - acoustic geometic effects.

4. Subnikov - de Haas effect

* 5 de Haas - van Alphen effect

Quantization ของ electron orbit ในสนามแม่เหล็ก

พิจารณา โมเมนตัม.

$$\vec{p} = \vec{p}_k + \vec{p}_m = \hbar\vec{k} + q\vec{A}$$

$\hbar\vec{k}$: kinetic momentum

$q\vec{A}$: magnetic momentum

จาก Bohr - Sommerfeld relation.

$$\oint \vec{p} \cdot d\vec{r} = (n + \gamma) 2\pi\hbar$$

quantization condition

สำหรับ e^- free. $\gamma = 1/2$.

$$\oint \vec{p} \cdot d\vec{r} = \oint \hbar\vec{k} \cdot d\vec{r} + q\int \vec{A} \cdot d\vec{r}$$

จาก equation of motion

$$\frac{d\vec{p}}{dt} = \vec{F}$$

$$\Rightarrow \hbar\frac{d\vec{k}}{dt} = q\frac{d\vec{r}}{dt} \times \vec{B}$$

integrate $\int dt$

$$\Rightarrow \hbar\vec{k} = q\vec{r} \times \vec{B}$$

$(A \times B) \cdot C = A \cdot (B \times C$

$$\oint \hbar\vec{k} \cdot d\vec{r} = q\oint \vec{r} \times \vec{B} \cdot d\vec{r} = -q\vec{B} \oint \vec{r} \times d\vec{r}$$

$= 2A$

$= -2qBA = -2q\Phi$

$q\oint \vec{A}\cdot d\vec{r} = q\int (\nabla \times \vec{A})\cdot d\vec{\sigma} = q\Phi$

$\uparrow$ จาก stokes theorem $\quad \uparrow BA = \Phi$

$\Rightarrow \oint \vec{p}\cdot d\vec{r} = -2q\Phi + q\Phi = -q\Phi = (n+\gamma)2\pi\hbar$

$\Rightarrow \Phi_n = -(n+\gamma)\frac{2\pi\hbar}{q}$

$\uparrow$ magnetic flux จะ quantized

ถ้าให้ $q = -e$ $\quad$ unit ของ quantiz

$\Rightarrow \Phi_n = (n+\gamma)\frac{2\pi\hbar}{e}$

$\uparrow$ ขึ้นกับพื้นที่ใน real space

หากความสัมพันธ์ระหว่าง พื้นที่ใน real space A_n และ พื้นที่ใน reciprocal space S_n

จาก $\hbar\vec{k} = q\vec{r}\times\vec{B}$

ถ้า $\vec{r} \perp \vec{B}$ $\Rightarrow \hbar k = qBr$

$\Delta r = \frac{\hbar}{qB}\Delta k = \frac{\hbar}{eB}\Delta k$

พื้นที่ $A_n = \left(\frac{\hbar}{eB}\right)^2 S_n$

จาก $\Phi = BA = B\left(\frac{\hbar}{\quad}\right)^2 S$

$$= \frac{\hbar^2}{e^2} \cdot \frac{1}{B} \cdot S_n = (n+\gamma)\frac{2\pi\hbar}{e}.$$

$\Rightarrow$ $\boxed{S_n = (n+\gamma)\cdot\frac{2\pi e}{\hbar}B}$ พื้นที่ของ Landa level.

ถ้าเพิ่ม B จาก orbit ที่ n ไปเป็น $n+1$ จะพบการเปลี่ยนของพื้นที่ของ Fermi surface ใน 1 unit ของ $\frac{2\pi e}{\hbar}$.

$$S\left(\frac{1}{B_{n+1}} - \frac{1}{B_n}\right) = \frac{2\pi e}{\hbar}.$$

$\Rightarrow$ เปลี่ยน B ทำให้พื้นที่ใน reciprocal space.

$\Rightarrow$ จำนวน e^- ที่สามารถอยู่ใน Landau level ก็จะเปลี่ยนไปด้วย.

de Haas - van Alphen effect.

- ตัวอย่างต้องมี impunity น้อยมาก
- ต้องอัดที่อุณหภูมิต่ำ เพื่อให้มี thermal noise น้อยที่สุด

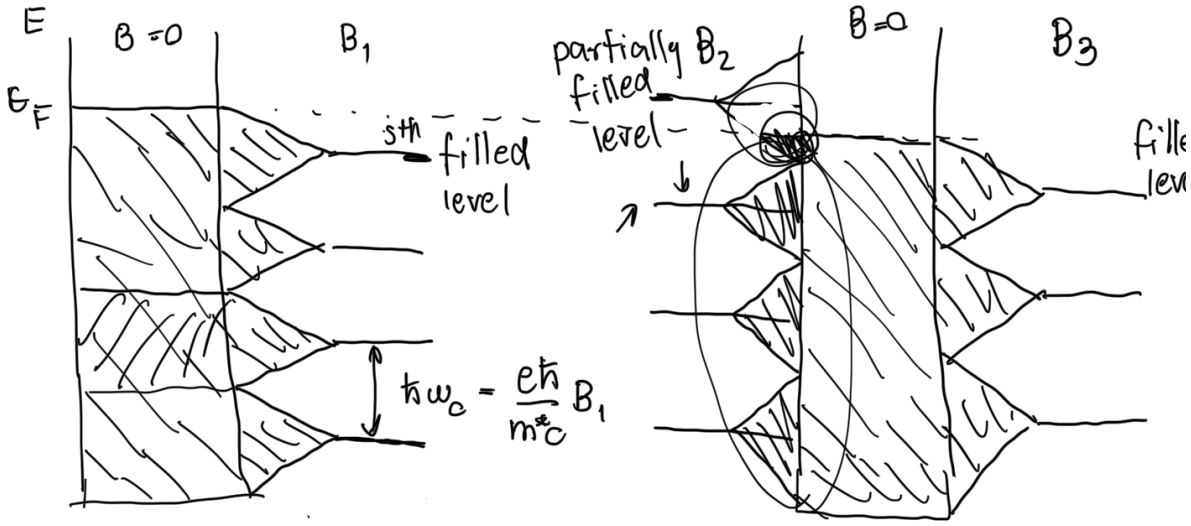
พิจารณาที่ $T = 0\,K$.

$\boxed{\Delta S = S_{n+1} - S_n = \frac{2\pi e}{\hbar}B}$ $\Rightarrow \frac{1}{B} = \frac{2\pi e}{\hbar S}$.

รู้ว่า 1 state มีพื้นที่ใน reciprocal space $\left(\frac{2\pi}{L}\right)^2$ ไม่พิจารณา spin.

$$D(B) = \left(\frac{2\pi e B}{\hbar} \cdot \left(\frac{L}{2\pi}\right)^2\right) \propto B$$

↗ จำนวน state ที่เพิ่มขึ้น $n+1 \to n$ ของแต่ละ Landau le



$$B_1 < B_2 < B_3$$

ต้องการหา magnetization

$$M = -\frac{\partial U}{\partial B}$$

↑ total energy

↑ magnetic field

ให้ระบบมี e อยู่ N ตัว

สมมติว่า e^- filled จนถึง level ที่ s^{th}

$$N = sD(B_s)$$

ถ้าเพิ่ม $B > B_s$

total energy ของ e^- ใน level ที่เต็ม filled

$$\sum_{n=1}^{s} D(B) \cdot \hbar\omega_c \left(n - \frac{1}{2}\right)$$

$$= D\hbar\omega_c \cdot \frac{1}{2} \sum_{n=1}^{s} (2n-1) = s^2$$

$1 + 3 + 5 + 7 + \cdots$

$$= \frac{1}{2} D \hbar \omega_c \cdot s^2 \qquad 2^2 \quad 3^2 \quad 4^2$$

จำนวนของ e^- ใน partially filled level

$$n_s = N - sD(B_s)$$

พลังงานของ e^- ใน partially state.

$$U_{s+1} = (s + \tfrac{1}{2}) \hbar \omega_c (N - sD)$$

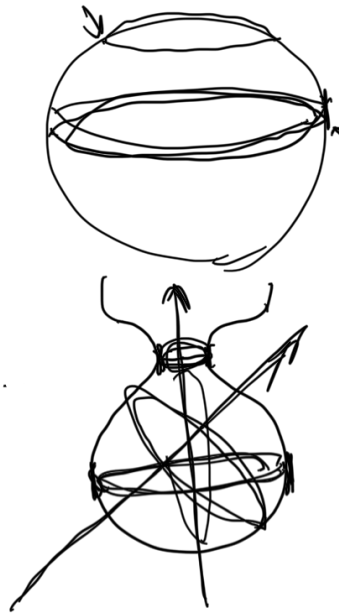
total energy $U = \frac{1}{2} D \hbar \omega_c \cdot s^2 + (s + \frac{1}{2}) \hbar \omega_c (N - s$

↑ ภาพของ oscillation

$$\Delta\left(\frac{1}{B}\right) = \frac{2\pi e}{\hbar S}$$

↑ พื้นที่ของ reciprocal space.

พื้นที่ extremal.



extremal area