

บรรยาย 1 การเคลื่อนที่

ทพชท122 วิชาฟิสิกส์, ภาคต้น, ปีการศึกษา 2564

อุดม รอบคอบ, ฟิสิกส์-ม.มหิดล

๑๒ พฤศจิกายน พ.ศ. ๒๕๖๔

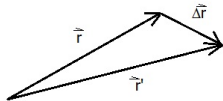
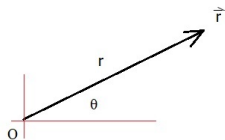
หัวข้อบรรยาย

- ตำแหน่งของวัตถุ และพิกัดตำแหน่ง
- ความเร็ว และความเร่งจากการเปลี่ยนตำแหน่ง
- การเคลื่อนที่ด้วยความเร่งคงตัวในแนวเดียว
- การเคลื่อนที่ด้วยความเร่งคงตัวบนระนาบ
- การเคลื่อนที่เป็นวงกลม

1.1 ตำแหน่งของวัตถุ และพิกัดตำแหน่ง

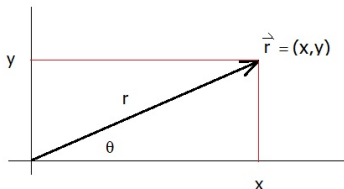
- วิชาฟิสิกส์สนใจศึกษาปรากฏการณ์ธรรมชาติ ในเบื้องต้นเราศึกษาธรรมชาติของการเคลื่อนที่ของวัตถุ
- การเคลื่อนที่ที่ถูกสังเกตได้จากการเปลี่ยนตำแหน่ง ฉะนั้นในเบื้องต้นเราต้องบันทึกตำแหน่งของวัตถุที่เวลาต่างๆ ก่อน
- การบอกตำแหน่งต้องมีข้อมูล 3 อย่าง คือ จุดอ้างอิง ระยะทาง และทิศทาง
 - จุดอ้างอิงถูกกำหนดตามความเหมาะสม
 - ระยะทางถูกวัดด้วยเครื่องมือวัดที่เหมาะสม และวัดในหน่วยของเมตร (meter: m)
 - ทิศทางถูกวัดเป็นมุมจากแกนอ้างอิง (ที่เหมาะสม) ในหน่วยของเรเดียน (radian: rad) แต่โดยทั่วไป สามารถพิจารณาในหน่วยองศา (degree: $^{\circ}$)

- ปริมาณทางคณิตศาสตร์ ที่สามารถบรรจุข้อมูลของระยะทาง และทิศทางของตำแหน่งได้ คือ เวกเตอร์ตำแหน่ง $\vec{r} = (|\vec{r}| = r, \hat{r})$ และถูกแทนด้วยแผนภาพลูกศร ที่มีความยาวลูกศร r และชี้ไปในทิศทาง \hat{r}
- การเปลี่ยนตำแหน่งถูกบรรยายด้วยเวกเตอร์การเปลี่ยนตำแหน่ง $\Delta\vec{r} = \vec{r}' - \vec{r}$



- การใช้แผนภาพลูกศรแทนเวกเตอร์บอกตำแหน่งมีความไม่สะดวกในการวิเคราะห์ ทางคณิตศาสตร์ แต่ยังคงต้องใช้ในบรรยายเพื่อความเข้าใจเหตุการณ์ที่เกิดขึ้น

- พิกัดเวกเตอร์ (coordinates) ถูกสร้างขึ้นมาจากการใช้ระบบแกนอ้างอิง (reference frame) และการอ่านพิกัดใช้ความรู้ทางเรขาคณิตเล็กน้อย



$$x = r \cos \theta, \quad y = r \sin \theta, \quad r = \sqrt{x^2 + y^2}, \quad \theta = \tan^{-1} \left(\frac{y}{x} \right)$$

- พีชคณิตของเวกเตอร์

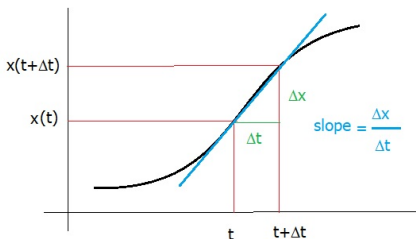
$$\vec{r} = (x, y), \quad \vec{r}' = (x', y') \rightarrow \vec{r} \pm \vec{r}' = (x \pm x', y \pm y')$$

$$\Delta \vec{r} = (\Delta x, \Delta y)$$

- พิกัดเวกเตอร์จะเป็นอิสระต่อกัน (independent) และจำนวนพิกัดแสดงมิติ (dimension)

1.2 ความเร็ว และความเร่งจากการเปลี่ยนตำแหน่ง

- การเคลื่อนที่ที่ถูกบรรยายด้วยตำแหน่งที่เปลี่ยนไปตามเวลา $x = x(t)$

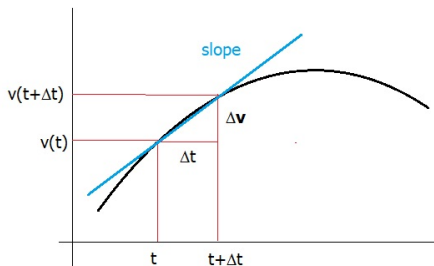


- ความเร็ว v คืออัตราเปลี่ยนตำแหน่ง ต่อหน่วยเวลา (m/s)
คือความชันของกราฟ

$$v = \frac{\Delta x}{\Delta t} \rightarrow v(t) = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{dx(t)}{dt} = \dot{x}(t)$$

อัตราเร็ว คือขนาดของความเร็ว (ไม่ระบุทิศทาง)

- ความเร่ง a คืออัตราเปลี่ยนความเร็ว ต่อหน่วยเวลา (m/s^2)



$$a = \frac{\Delta v}{\Delta t} \rightarrow a(t) = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{v(t)}{dt} = \dot{v}$$

อัตราเร่ง คือขนาดของความเร่ง (ไม่ระบุทิศทาง)

- การเคลื่อนที่ที่ถูกบรรยายด้วย ตำแหน่ง (อยู่ที่ไหน?) และความเร็ว (เปลี่ยนตำแหน่งอย่างไร?) ส่วนความเร่งจะเกี่ยวข้องกับ **การเปลี่ยนแปลงการเคลื่อนที่**

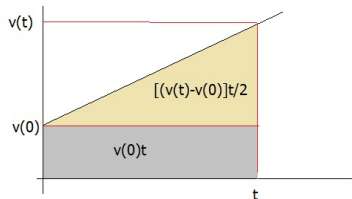
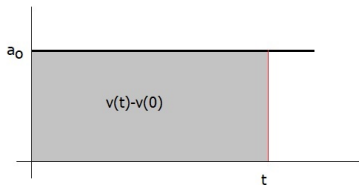
1.3 การเคลื่อนที่ด้วยความเร่งคงตัวในแนวเดียว

- ในกรณีวัตถุมีการเคลื่อนที่ด้วยความเร่งคงตัว a_0 พบว่า

$$a_0 = \frac{v(t) - v(0)}{t - 0} \rightarrow v(t) - v(0) = a_0 t$$

$$x(t) - x(0) = v(0)t + \frac{1}{2}[v(t) - v(0)]t = v(0)t + \frac{1}{2}a_0 t^2$$

$$\rightarrow v^2(t) - v^2(0) = 2a_0[x(t) - x(0)]$$



- กรณีตัวอย่าง 1 รถยนต์เริ่มแล่นจากหยุดนิ่ง ด้วยอัตราเร่งคงตัว เมื่อแล่นไปได้เวลา 10s รถยนต์มีความเร็ว 15 m/s รถยนต์คันนี้แล่นด้วยความเร่งเท่าใด?

- กรณีตัวอย่าง 1 รถยนต์เริ่มแล่นจากหยุดนิ่ง ด้วยอัตราเร่งคงตัว เมื่อแล่นไปได้เวลา 10s รถยนต์มีความเร็ว 15 m/s รถยนต์คันนี้แล่นด้วยความเร่งเท่าใด?

$$v(0) = 0, t = 10s, v(10s) = 15m/s$$

$$\rightarrow v(10) - v(0) = 15 = a_0 \times 10 \rightarrow a_0 = \frac{15}{10} = 1.5m/s^2$$

- กรณีตัวอย่าง 2 รถยนต์คันหนึ่งเริ่มแล่นจากหยุดนิ่ง ด้วยความเร่งคงตัว $2m/s^2$ เมื่อแล่นไปได้ระยะทาง $100m$ รถยนต์จะมีความเร็วเท่าใด?

- กรณีตัวอย่าง 2 รถยนต์คันหนึ่งเริ่มแล่นจากหยุดนิ่ง ด้วยความเร่งคงตัว $2m/s^2$ เมื่อแล่นไปได้ระยะทาง $100m$ รถยนต์จะมีความเร็วเท่าใด?

$$v(0) = 0, a_0 = 2m/s^2, x(t) - x(0) = 100m$$

$$\rightarrow v^2 - 0 = 2 \times 100 = 200 \rightarrow v = \sqrt{200} = \pm 14.1m/s$$

- กรณีตัวอย่าง 3 รถยนต์คันหนึ่งแล่นมาด้วยความเร็ว 25m/s เมื่อทำการเบรคอย่างต่อเนื่อง จนรถยนต์หยุดหนึ่งในระยะทาง 100m ความหน่วงในการเบรคของรถยนต์ มีค่าเท่าใด?

- กรณีตัวอย่าง 3 รถยนต์คันหนึ่งแล่นมาด้วยความเร็ว $25m/s$ เมื่อทำการเบรคอย่างต่อเนื่อง จนรถยนต์หยุดนิ่งในระยะทาง $100m$ ความหน่วงในการเบรคของรถยนต์ มีค่าเท่าใด?

$$v(0) = 25m/s, v(t) = 0m/s, x(t) - x(0) = 100m$$

$$0 - (25)^2 = a_0 \times 100 \rightarrow a_0 = -\frac{625}{100} = -6.25m/s^2$$

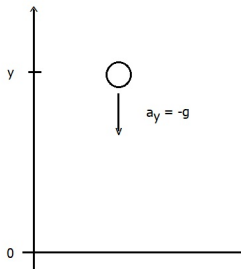
- กรณีตัวอย่าง 3 รถยนต์คันหนึ่งแล่นมาด้วยความเร็ว $25m/s$ เมื่อทำการเบรคอย่างต่อเนื่อง จนรถยนต์หยุดหนึ่งในระยะทาง $100m$ ความหน่วงในการเบรคของรถยนต์ มีค่าเท่าใด?

$$v(0) = 25m/s, v(t) = 0m/s, x(t) - x(0) = 100m$$

$$0 - (25)^2 = a_0 \times 100 \rightarrow a_0 = -\frac{625}{100} = -6.25m/s^2$$

- ข้อสังเกต ความเร่ง (+) ทำให้ความเร็วเพิ่มขึ้น ความเร่ง (-) หรือความหน่วง ทำให้ความเร็วลดลง ซึ่งจะเกี่ยวข้องกับ **แรงขับ** หรือ **แรงต้าน** การเคลื่อนที่

- การตกอิสระในแนวตั้ง (free fall) ภายใต้ความโน้มถ่วงของโลก
 $g = 10\text{m/s}^2$ ในแนวตั้ง



$$y(t) - y(0) = v_y(0)t - \frac{1}{2}gt^2$$

$$v_y(t) - v_y(0) = -gt$$

$$v_y^2(t) - v_y^2(0) = -2g[y(t) - y(0)]$$

- กรณีตัวอย่าง 1 ลูกบอล ตกจากหยุดนิ่งที่ระดับความสูง 20 m จะตกถึงพื้นในระยะเวลาเท่าใด? (ไม่คิดแรงต้านจากอากาศ)

- กรณีตัวอย่าง 1 ลูกบอล ตกจากหยุดหนึ่งที่ระดับความสูง 20 m จะตกถึงพื้นในระยะเวลาเท่าใด? (ไม่คิดแรงต้านจากอากาศ)

$$v_y(0) = 0, y(0) = 20m, y(t) = 0m$$

$$0 - 20 = 0 - \frac{1}{2}10t^2 \rightarrow t^2 = 4, t = 2s$$

- กรณีตัวอย่าง 1 ลูกบอล ตกจากหยุดหนึ่งที่ระดับความสูง 20 m จะตกถึงพื้นในระยะเวลาเท่าใด? (ไม่คิดแรงต้านจากอากาศ)

$$v_y(0) = 0, y(0) = 20m, y(t) = 0m$$

$$0 - 20 = 0 - \frac{1}{2}10t^2 \rightarrow t^2 = 4, t = 2s$$

- จากกรณีนี้ ลูกบอลจะตกกระทบพื้นด้วยความเร็วเท่าใด?

- กรณีตัวอย่าง 1 ลูกบอล ตกจากหยุดหนึ่งที่ระดับความสูง 20 m จะตกถึงพื้นในระยะเวลาเท่าใด? (ไม่คิดแรงต้านจากอากาศ)

$$v_y(0) = 0, y(0) = 20m, y(t) = 0m$$

$$0 - 20 = 0 - \frac{1}{2}10t^2 \rightarrow t^2 = 4, t = 2s$$

- จากกรณีนี้ ลูกบอลจะตกกระทบพื้นด้วยความเร็วเท่าใด?

$$v_y(2) - 0 = -10 \times 2 = -20m/s$$

- กรณีตัวอย่าง 2 ลูกบอลถูกโยนจากพื้น จนลอยขึ้นไปได้ระยะสูงสุดเท่ากับ 30m กรณีนี้ลูกบอลถูกโยนด้วยความเร็วต้นเท่าใด?

- กรณีตัวอย่าง 2 ลูกบอลถูกโยนจากพื้น จนลอยขึ้นไปได้ระยะสูงสุดเท่ากับ 30m กรณีนี้ลูกบอลถูกโยนด้วยความเร็วต้นเท่าใด?

$$y(0) = 0, y(t) = 30m, v_y(t) = 0m/s$$

$$0 - v_y^2(0) = -2 \times 10 \times (30 - 0) = -600$$

$$\rightarrow v_y(0) = \sqrt{600} = 24.49m/s$$

- กรณีตัวอย่าง 2 ลูกบอลถูกโยนจากพื้น จนลอยขึ้นไปได้ระยะสูงสุดเท่ากับ 30m กรณีนี้ลูกบอลถูกโยนด้วยความเร็วต้นเท่าใด?

$$y(0) = 0, y(t) = 30m, v_y(t) = 0m/s$$

$$0 - v_y^2(0) = -2 \times 10 \times (30 - 0) = -600$$

$$\rightarrow v_y(0) = \sqrt{600} = 24.49m/s$$

- ระยะเวลาที่ลูกบอลลอยในอากาศ ก่อนตกถึงพื้น

- กรณีตัวอย่าง 2 ลูกบอลถูกโยนจากพื้น จนลอยขึ้นไปได้ระยะสูงสุดเท่ากับ 30m กรณีนี้ลูกบอลถูกโยนด้วยความเร็วตอนเท่าใด?

$$y(0) = 0, y(t) = 30m, v_y(t) = 0m/s$$

$$0 - v_y^2(0) = -2 \times 10 \times (30 - 0) = -600$$

$$\rightarrow v_y(0) = \sqrt{600} = 24.49m/s$$

- ระยะเวลาที่ลูกบอลลอยในอากาศ ก่อนตกถึงพื้น

$$0 - 24.49 = -10t_{up} \rightarrow t_{up} = 2.45s$$

$$t_{down} = t_{up} \rightarrow t_{tot} = 2 \times 2.45 = 4.9s$$

1.4 การเคลื่อนที่ด้วยความเร่งคงตัวบนระนาบ

- บนระนาบ 2 มิติ จะมีพิกัดตำแหน่ง ความเร็ว และความเร่ง ดังนี้

$$\vec{x} = (x, y), \quad \vec{v} = (v_x, v_y), \quad \vec{a} = (a_x, a_y)$$

- สมการการเคลื่อนที่ด้วยความเร่งคงตัว $\vec{a}_0 = (a_{0x}, a_{0y})$ มีดังนี้

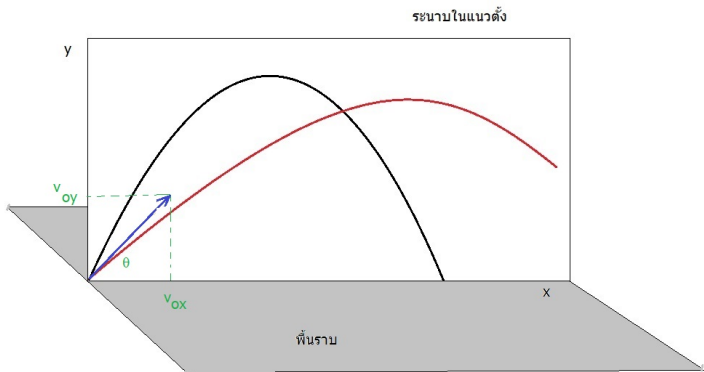
$$x(t) - x(0) = v_x(0)t + \frac{1}{2}a_{0x}t^2$$

$$v_x(t) - v_x(0) = a_{0x}t, \quad v_x^2(t) - v_x^2(0) = 2a_{0x}(x(t) - x(0))$$

$$y(t) - y(0) = v_y(0)t + \frac{1}{2}a_{0y}t^2$$

$$v_y(t) - v_y(0) = a_{0y}t, \quad v_y^2(t) - v_y^2(0) = 2a_{0y}(y(t) - y(0))$$

- การเคลื่อนที่วิถีโค้ง บนระนาบในแนวตั้ง (projectile)



- ความเร่งของการเคลื่อนที่ คือ $\vec{a} = (0, -g)$ เมื่อ $g = 10m/s^2$ คือความโน้มถ่วงของโลก (Earth gravity)

- สมการวิถีโค้ง $\vec{v}(0) = (v_x(0), v_y(0)) = (v_0 \cos \theta, v_0 \sin \theta) = \vec{v}_0$

$$x(t) - x(0) = v_x(0)t, \quad v_x(t) - v_x(0) = 0$$

$$y(t) - y(0) = v_y(0)t - \frac{1}{2}gt^2$$

$$v_y(t) - v_y(0) = -gt$$

$$v_y^2(t) - v_y^2(0) = -2g[y(t) - y(0)]$$

- สมการวิถีโค้ง $\vec{v}(0) = (v_x(0), v_y(0)) = (v_0 \cos \theta, v_0 \sin \theta) = \vec{v}_0$

$$x(t) - x(0) = v_x(0)t, \quad v_x(t) - v_x(0) = 0$$

$$y(t) - y(0) = v_y(0)t - \frac{1}{2}gt^2$$

$$v_y(t) - v_y(0) = -gt$$

$$v_y^2(t) - v_y^2(0) = -2g[y(t) - y(0)]$$

$$y(t) - y(0) = \frac{v_y(0)}{v_x(0)}[x(t) - x(0)] - \frac{g}{2v_x^2(0)}[x(t) - x(0)]^2$$

วิถีโค้งเป็นรูปพาราโบลาคว่ำลง

- สมการวิถีโค้ง $\vec{v}(0) = (v_x(0), v_y(0)) = (v_0 \cos \theta, v_0 \sin \theta) = \vec{v}_0$

$$x(t) - x(0) = v_x(0)t, \quad v_x(t) - v_x(0) = 0$$

$$y(t) - y(0) = v_y(0)t - \frac{1}{2}gt^2$$

$$v_y(t) - v_y(0) = -gt$$

$$v_y^2(t) - v_y^2(0) = -2g[y(t) - y(0)]$$

$$y(t) - y(0) = \frac{v_y(0)}{v_x(0)}[x(t) - x(0)] - \frac{g}{2v_x^2(0)}[x(t) - x(0)]^2$$

วิถีโค้งเป็นรูปพาราโบลาคว่ำลง

- เอกลักษณะของการเคลื่อนที่วิถีโค้ง คือระยะสูงสุด และระยะไกลสุด

$$t_{max} = \frac{v_{y0}}{g} \rightarrow y_{max} - y_0 = \frac{1}{2} \frac{v_{y0}^2}{g}, \quad x_{max} - x_0 = \frac{2v_{0x}v_{0y}}{g}$$

- กรณีตัวอย่าง 1 ลูกบอลถูกยิงเป็นวิถีโค้ง จากจุดอ้างอิง ($x_0 = 0, y_0 = 0$) ด้วยความเร็วเริ่มต้น $\vec{v}_0 = (10, 15)m/s$ ระยะสูงสุด และระยะตกพื้นไกลสุดของลูกบอล เป็นเท่าใด?

- กรณีตัวอย่าง 1 ลูกบอลถูกยิงเป็นวิถีโค้ง จากจุดอ้างอิง ($x_0 = 0, y_0 = 0$) ด้วยความเร็วเริ่มต้น $\vec{v}_0 = (10, 15)m/s$ ระยะสูงสุด และระยะตกพื้นไกลสุดของลูกบอล เป็นเท่าใด?

$$v_{0x} = 10m/s, v_{0y} = 15m/s, \rightarrow y_{max} = \frac{1}{2} \frac{15^2}{10} = 11.25m$$

$$x_{max} = \frac{2 \times 10 \times 15}{10} = 30m$$

- กรณีตัวอย่าง 1 ลูกบอลถูกยิงเป็นวิถีโค้ง จากจุดอ้างอิง ($x_0 = 0, y_0 = 0$) ด้วยความเร็วเริ่มต้น $\vec{v}_0 = (10, 15)m/s$ ระยะสูงสุด และระยะตกพื้นไกลสุดของลูกบอล เป็นเท่าใด?

$$v_{0x} = 10m/s, v_{0y} = 15m/s, \rightarrow y_{max} = \frac{1}{2} \frac{15^2}{10} = 11.25m$$

$$x_{max} = \frac{2 \times 10 \times 15}{10} = 30m$$

- ระยะเวลาที่ลูกบอลลอยในอากาศนานเท่าใด?

- กรณีตัวอย่าง 1 ลูกบอลถูกยิงเป็นวิถีโค้ง จากจุดอ้างอิง ($x_0 = 0, y_0 = 0$) ด้วยความเร็วเริ่มต้น $\vec{v}_0 = (10, 15)m/s$ ระยะสูงสุด และระยะตกพื้นไกลสุดของลูกบอล เป็นเท่าใด?

$$v_{0x} = 10m/s, v_{0y} = 15m/s, \rightarrow y_{max} = \frac{1}{2} \frac{15^2}{10} = 11.25m$$

$$x_{max} = \frac{2 \times 10 \times 15}{10} = 30m$$

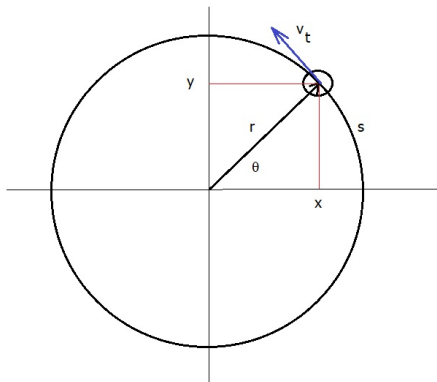
- ระยะเวลาที่ลูกบอลลอยในอากาศนานเท่าใด?

$$\Delta t = 2t_{max} = \frac{2 \times 15}{10} = 3s$$

1.5 การเคลื่อนที่เป็นวงกลม

- ลักษณะการเคลื่อนที่เป็นวงกลม รัศมี r

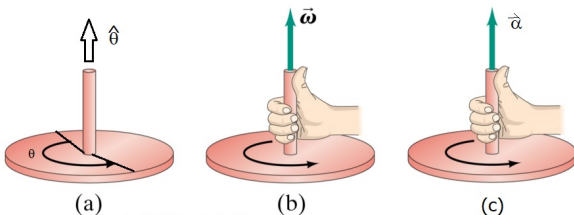
$$s = r\theta \rightarrow v_t = \frac{\Delta s}{\Delta t} = r \frac{\Delta \theta}{\Delta t} = r\omega$$



- พิกัดเชิงมุม อัตราเร็วเชิงมุม และอัตราเร่งเชิงมุม

$$\theta(t), \omega(t) = \frac{d\theta(t)}{dt}, \alpha(t) = \frac{d\omega(t)}{dt}$$

$$\Delta s(t) = r\theta(t), v_t(t) = r\omega(t), a_t(t) = r\alpha(t)$$

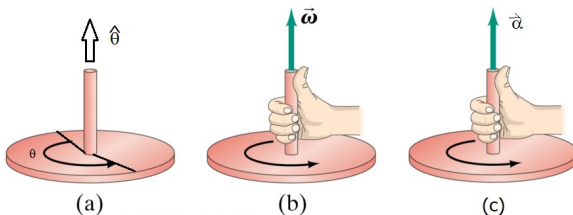


Copyright © 2005 Pearson Prentice Hall, Inc.

- พิกัดเชิงมุม อัตราเร็วเชิงมุม และอัตราเร่งเชิงมุม

$$\theta(t), \omega(t) = \frac{d\theta(t)}{dt}, \alpha(t) = \frac{d\omega(t)}{dt}$$

$$\Delta s(t) = r\theta(t), v_t(t) = r\omega(t), a_t(t) = r\alpha(t)$$



Copyright © 2005 Pearson Prentice Hall, Inc.

- การหมุนของล้อ โดยที่ $\hat{\theta}$ คือแกนล้อ สังเกตว่าทิศของการหมุน (มุม ความเร็ว และความเร่งเชิงมุม) จะมีทิศเดียวกัน
 ดังนั้นเราสามารถพิจารณา การหมุนเฉพาะแต่ขนาดของมุม อัตราเร็ว และอัตราเร่งเชิงมุม

- การหมุนด้วยอัตราเร่งเชิงมุมคงตัว α_0 พบว่า

$$\omega(t) - \omega(0) = \alpha_0 t, \quad \theta(t) - \theta(0) = \omega(0)t + \frac{1}{2}\alpha_0 t^2$$

$$\omega^2(t) - \omega^2(0) = 2\alpha_0(\theta(t) - \theta(0)) = 2\alpha_0\Delta\theta(t)$$

- การหมุนด้วยอัตราเร่งเชิงมุมคงตัว α_0 พบว่า

$$\omega(t) - \omega(0) = \alpha_0 t, \quad \theta(t) - \theta(0) = \omega(0)t + \frac{1}{2}\alpha_0 t^2$$

$$\omega^2(t) - \omega^2(0) = 2\alpha_0(\theta(t) - \theta(0)) = 2\alpha_0\Delta\theta(t)$$

- กรณีตัวอย่าง 1 ล้อเริ่มหมุนจากหยุดนิ่ง ด้วยอัตราเร่งเชิงมุม $\alpha_0 = \pi \text{ rad/s}^2$ ล้อจะหมุนด้วยอัตราเร็วเชิงมุมเท่าใด เมื่อเวลาผ่านไป 10s

- การหมุนด้วยอัตราเร่งเชิงมุมคงตัว α_0 พบว่า

$$\omega(t) - \omega(0) = \alpha_0 t, \quad \theta(t) - \theta(0) = \omega(0)t + \frac{1}{2}\alpha_0 t^2$$

$$\omega^2(t) - \omega^2(0) = 2\alpha_0(\theta(t) - \theta(0)) = 2\alpha_0\Delta\theta(t)$$

- กรณีตัวอย่าง 1 ล้อเริ่มหมุนจากหยุดนิ่ง ด้วยอัตราเร่งเชิงมุม $\alpha_0 = \pi \text{ rad/s}^2$ ล้อจะหมุนด้วยอัตราเร็วเชิงมุมเท่าใด เมื่อเวลาผ่านไป 10s

$$\omega(0) = 0, \alpha_0 = \pi \text{ rad/s}^2, t = 10\text{s}$$

$$\omega(t) = 3.14 \times 10 = 10\pi \text{ rad/s} = \frac{10\pi \text{ rad/s}}{2\pi \text{ rad/cycle}} = 5 \text{ cycle/s}$$

- การหมุนด้วยอัตราเร่งเชิงมุมคงตัว α_0 พบว่า

$$\omega(t) - \omega(0) = \alpha_0 t, \quad \theta(t) - \theta(0) = \omega(0)t + \frac{1}{2}\alpha_0 t^2$$

$$\omega^2(t) - \omega^2(0) = 2\alpha_0(\theta(t) - \theta(0)) = 2\alpha_0\Delta\theta(t)$$

- กรณีตัวอย่าง 1 ล้อเริ่มหมุนจากหยุดนิ่ง ด้วยอัตราเร่งเชิงมุม $\alpha_0 = \pi \text{ rad/s}^2$ ล้อจะหมุนด้วยอัตราเร็วเชิงมุมเท่าใด เมื่อเวลาผ่านไป 10s

$$\omega(0) = 0, \alpha_0 = \pi \text{ rad/s}^2, t = 10\text{s}$$

$$\omega(t) = 3.14 \times 10 = 10\pi \text{ rad/s} = \frac{10\pi \text{ rad/s}}{2\pi \text{ rad/cycle}} = 5 \text{ cycle/s}$$

$$\Delta\theta = \frac{\omega^2(t)}{2\alpha_0} = \frac{100\pi^2}{2\pi} = 50\pi \text{ rad} = \frac{50\pi \text{ rad/s}}{2\pi \text{ rad/cycle}} = 25 \text{ cycles}$$

- กรณีตัวอย่าง 2 ล้อหมุนด้วยอัตราเร็วเชิงมุมเริ่มต้น $40\pi \text{ rad/s}$ แล้วถูกหน่วงให้หยุดอย่างต่อเนื่อง พบว่าล้อหยุดหมุนได้หลังจากหมุนไป 200 cycles อัตราหน่วงเชิงมุมของล้อมีค่าเท่าใด?

- กรณีตัวอย่าง 2 ล้อหมุนด้วยอัตราเร็วเชิงมุมเริ่มต้น $40\pi \text{ rad/s}$ แล้วถูกหน่วงให้หยุดอย่างต่อเนื่อง พบว่าล้อหยุดหมุนได้หลังจากหมุนไป 200 cycles อัตราหน่วงเชิงมุมของล้อมีค่าเท่าใด?

$$\omega(0) = 40\pi \text{ rad/s}, \Delta\theta = 200 \text{ cycles} = 200 \times 2\pi = 400\pi \text{ rad}$$

$$\alpha_0 = \frac{-\omega^2(0)}{2\Delta\theta} = -\frac{1600\pi^2}{800\pi} = -2\pi \text{ rad/s}$$

- กรณีตัวอย่าง 2 ล้อหมุนด้วยอัตราเร็วเชิงมุมเริ่มต้น $40\pi \text{ rad/s}$ แล้วถูกหน่วงให้หยุดอย่างต่อเนื่อง พบว่าล้อหยุดหมุนได้หลังจากหมุนไป 200 cycles อัตราหน่วงเชิงมุมของล้อมีค่าเท่าใด?

$$\omega(0) = 40\pi \text{ rad/s}, \quad \Delta\theta = 200 \text{ cycles} = 200 \times 2\pi = 400\pi \text{ rad}$$

$$\alpha_0 = \frac{-\omega^2(0)}{2\Delta\theta} = -\frac{1600\pi^2}{800\pi} = -2\pi \text{ rad/s}$$

$$0 - \omega(0) = 2\alpha_0 t \rightarrow t = \frac{-\omega(0)}{2\alpha_0} = \frac{40\pi}{2 \times 2\pi} = 10\text{s}$$