บรรยาย 4 โมเมนตัม การดล และการอนุรักษ์

ทพชท122 วิชาฟิสิกส์ ภาคต้น ปีการศึกษา 2564

อุดม รอบคอบ
ภาควิชาฟิสิกส์ คณะวิทยาศาสตร์ ม.มหิดล

19 พฤศจิกายน พ.ศ. 2564

หัวข้อบรรยาย

- โมเมนตัม และการดล
- การชนกันของวัตถุ
- การอนุรักษ์โมเมนตัม

โมเมนตัม และการดล

- ในปัญหาการชนของวัตถุ แรงชนเกิดขึ้นในช่วงระยะเวลาสั้นๆ
- โมเมนตัม ถูกนิยาม ให้บรรยายการเคลื่อนที่ของวัตถุ ดังนี้

$$p = mv \quad [kg \cdot m/s]$$

- การดล (impulse) บรรยายการเปลี่ยนแปลงโมเมนตัมที่เกิดจากการกระทำของแรง (ไม่สม่ำเสมอ) ในช่วงเวลาหนึ่ง

$$\Delta p = F \Delta t$$

การชนของวัตถุ

- การดล ถูกนำมาวิเคราะห์การชนของวัตถุ ได้ดังนี้

$$\Delta p = m(-v_{out}) - mv_{in} = -\bar{F}t$$

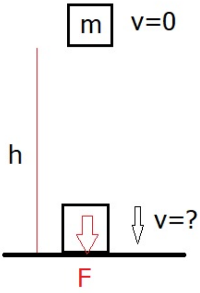
  โดยที่ $\bar{F}$ คือแรงชนโดยเฉลี่ย ในกรณีการชนแบบยืดหยุ่น $|v_{out}| = v_{in} = v_0$ ดังนั้น

$$-2mv_0 = \bar{F}t \rightarrow \bar{F} = \frac{2mv_0}{t}$$

- กรณีการชนแบบไม่ยืดหยุ่น $v_{out} = 0$ พบว่า

$$-v_0 = -\bar{F}t \rightarrow \bar{F} = \frac{mv_0}{t}$$

- กรณีตัวอย่าง วัตถุมวล m ตกจากหยุดนิ่ง จากระดับความสูง h ลงสู่พื้นเบื้องล่าง ให้คำนวณแรงกระแทก ที่วัตถุกระทำต่อพื้น ในขณะตกกระทบพื้น a) กรณียืดหยุ่น b) กรณีไม่ยืดหยุ่น

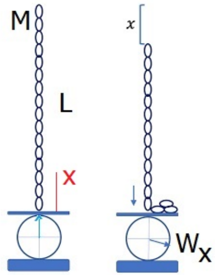


$$v = \sqrt{2gh}$$

$$a)\ \bar{F} = \frac{2m\sqrt{2gh}}{t}$$

$$b)\ \bar{F} = \frac{m\sqrt{2gh}}{t}$$

- กรณีตัวอย่าง น้ำหนักของโซ่ยาว L มวล M ที่ร่วงหล่น (falling chain)



$$\Delta M = \frac{M}{L}\Delta x, \quad v_x = \sqrt{2gx}$$

$$W_{x,fall} = \frac{\Delta(Mv_x)}{\Delta t} = \frac{\Delta M}{\Delta t} v_x$$

$$W_{x,fall} = \frac{M}{L} v_x^2 = \frac{2Mgx}{L}$$

$$W_{x,tot} = \frac{Mgx}{L} + W_{x,fall} = \frac{3Mgx}{L}$$

การอนุรักษ์โมเมนตัม

- กรชนระหว่าง 2 วัตถุ แรงชนเป็นแรงระหว่างวัตถุ ตามหลักการของแรงกิริยา-แรงปฏิกิริยา ไม่มีแรงภายนอกกระทำบนวัตถุทั้งสอง โมเมนตัมรวม มีค่าเท่ากับ

$$p_{tot} = p_1 + p_2 \rightarrow F_{ext} = 0 = \frac{\Delta p_{tot}}{\Delta t}$$

$$\Delta p_{tot} = 0 \rightarrow p_1 + p_2 = \text{constant}$$

- จุดศูนย์กลางมวล (center of mass: cm)

$$v_{cm} = \frac{m_1 v_1 + m_2 v_2}{m_1 + m_2} = \frac{p_1 + p_2}{M}$$

$$p_{cm} = M v_{cm} = p_1 + p_2 = p_{tot}$$

สังเกตุว่า F_{ext} เสมือนกระทำบน cm

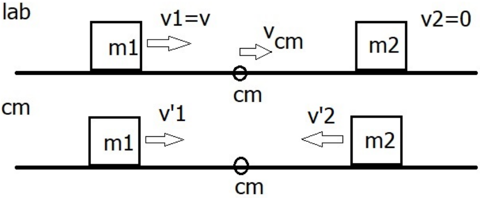
- การเคลื่อนที่สัมพัทธ์กับ cm

$$v_1' = v_1 - v_{cm}, v_2' = v_2 - v_{cm}$$

- กรณีตัวอย่าง การชนเป้านิ่งในแนวราบ

$$lab: \quad v_1 = v, v_2 = 0, \quad cm: v_{cm} = \frac{m_1 v}{m_1 + m_2}$$

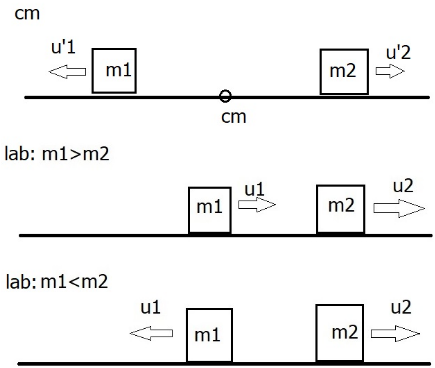
$$v_1' = v - v_{cm} = \frac{m_2 v}{m_1 + m_2}, \quad v_2' = -\frac{m_1 v}{m_1 + m_2}$$



- หลังชน/การชนแบบยืดหยุ่น

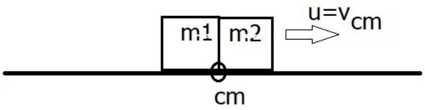
$$u_1' = -v_1' = -\frac{m_2 v}{m_1 + m_2},\ u_2' = -v_2' = \frac{m_1 v}{m_1 + m_2}$$

$$u_1 = u_1' + v_{cm} = \frac{m_1 - m_2}{m_1 + m_2} v,\ \ u_2 = u_1' + v_{cm} = \frac{2m_1}{m_1 + m_2} v$$



- การชนแบบไม่ยืดหยุ่น กรณี m_1 และ m_2 ติดกันหลังชน

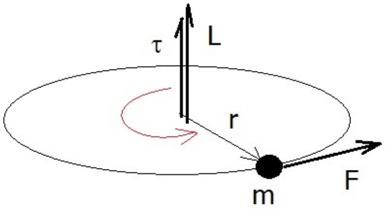
$$u_1' = u_2' = 0 \rightarrow u_1 = u_2 = v_{cm}$$



โมเมนตัมเชิงมุม

- โมเมนตัมเชิงมุม ถูกนิยามจากโมเมนต์ของโมเมนตัมเชิงเส้น ใช้บรรยาย การเคลื่อนที่เป็นวงกลม ดังนี้

$$L = rp \rightarrow \frac{\Delta L}{\Delta t} = \frac{\Delta(rp)}{\Delta t} = r\frac{\Delta p}{\Delta t} = rF = \tau = I\alpha$$



- ความเกี่ยวข้องกับพลังงานจลน์

$$K = \frac{1}{2}mv^2 = \frac{(mv)^2}{2m} = \frac{p^2}{2m} = \frac{L^2}{2mr^2} = \frac{L^2}{2I}$$