

บรรยาย 13 ควอนตัมฟิสิกส์ และโครงสร้างสสาร

Physics 122, รร.ช่างทันตกรรม, ปีการศึกษา 2564-65/1

อุดม รอบคอบ

ภาควิชาฟิสิกส์ คณะวิทยาศาสตร์ ม.มหิดล

4 กุมภาพันธ์ 2565

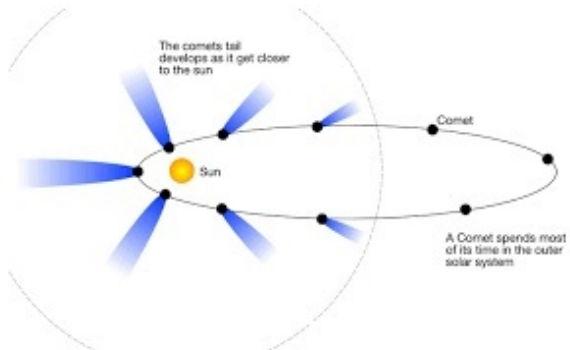
หัวข้อ

1. ธรรมชาติของอนุภาค และคลื่น
2. อนุภาคคลื่น และคลื่นอนุภาค
3. ควอนตัมฟิสิกส์เบื้องต้น
4. โครงสร้างของอะตอม
5. โครงสร้างของโมเลกุล
6. โครงสร้างผลึกแข็ง
7. ริงส์อิเล็กทรอนิกส์
8. เลเซอร์

ธรรมชาติของอนุภาค และคลื่น

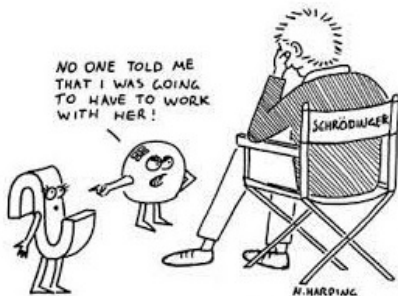
ตามปกติ เราพบเห็นปรากฏการณ์ธรรมชาติในสองรูปแบบ ที่นำเสนอแสดงโดยอนุภาค และ คลื่น

- ▶ อนุภาค มีเส้นทางเดินที่ชัดเจน การเคลื่อนที่ไปตามเส้นทางเดินถูกบรรยายด้วย โมเมนตัม $p = mv$ และอนุภาคยังนำพาพลังงานติดตัวไปด้วยในปริมาณ $E = K + U(x)$ โดยไม่เปลี่ยนแปลง โดยที่ $U(x)$ บ่งบอกถึงแรงที่กระทำบนอนุภาค $F = -\Delta U/\Delta x$ และ $F = \Delta p/\Delta t$ ซึ่งบรรยายได้ด้วย *กฎของนิวตัน*
- ▶ คลื่น มีกำเนิดมาจากตัวกลางที่ถูกรบกวน และการรบกวนนี้เดินทางนี้เดินทางในตัวกลางด้วยรูปแบบคงเดิม ซึ่งแสดงได้ด้วยฟังก์ชันคลื่น การเดินทางนี้มีรูปแบบกระจายออกจากจุดกำเนิดในทุกทิศทาง และมีคุณสมบัติเฉพาะตัว ที่ไม่มีใครเหมือน คือ มีการสะท้อน หักเหต แทรกสอด และเลี้ยวเบน ซึ่งบรรยายได้ด้วย *หลักการของฮอยเกนส์*

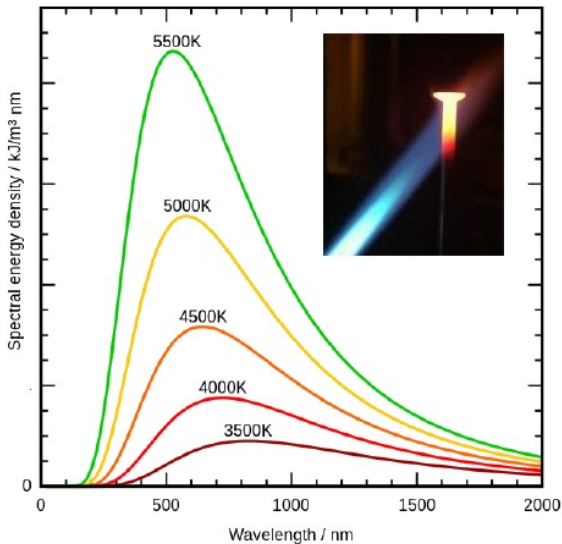


อนุภาคคลื่น และคลื่นอนุภาค

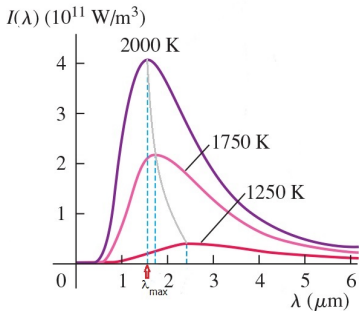
ในราวต้นศตวรรษที่ 20 มีการค้นพบสิ่งต่างออกไปจากเดิม กล่าวคือ บางครั้งเราต้องคิดถึง ความเป็น *อนุภาคของคลื่น* หรือ *ความเป็นคลื่นของอนุภาค* ถึงจะสามารถอธิบายปรากฏการณ์บางอย่างได้ กล่าวคือ ได้มีการค้นพบ *ทวิภาคของอนุภาคและคลื่น* (particle-wave duality) ในธรรมชาติ สิ่งใหม่นี้ต้องการ สมการ หรือหลักการ (ทฤษฎี) ในการบรรยายพฤติกรรม มันถูกเรียกว่า *ควอนตัมฟิสิกส์*



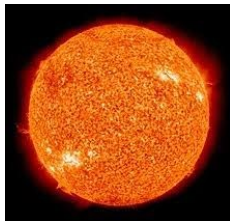
ปรากฏการณ์อนุภาคของคลื่นแม่เหล็กไฟฟ้า การแผ่รังสีของวัตถุดำ (black body radiations)



หลักการเลื่อนตำแหน่งของไวน์ (Wien's displacement law)



$$\lambda_{\text{max}} T = 2.898 \times 10^{-3} [m \cdot K] \quad (1)$$



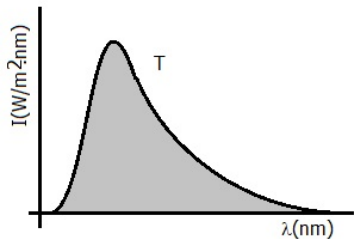
ดวงอาทิตย์ของเรา

$$\lambda_{\text{max}} = 500 \text{ nm} \mapsto T = \frac{2.898 \times 10^{-3}}{500 \times 10^{-9}} \simeq 5800 \text{ K}$$

ร่างกายของเรา

$$T = 310 \text{ K} \mapsto \lambda_{\text{max}} = \frac{2.898 \times 10^{-3}}{310} = 9.35 \times 10^{-6} \text{ m (FIR)}$$

กฎของสเตฟาน (Stefan's law)



$$P = eA\sigma T^4 \quad (2)$$

area – A , efficiency : $e \in [0, 1]$

$$\sigma = 5.67 \times 10^{-8} [\text{W}/\text{m}^2 \cdot \text{K}^4]$$

Stefan constant

ดวงอาทิตย์ของเรา $e = 1$, $T = 5800\text{K}$

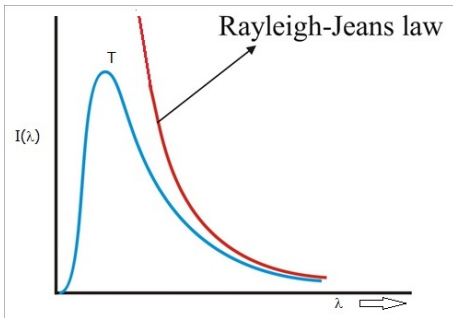
$$\mapsto \frac{P}{A} = 5.67 \times 10^{-8} (5800\text{K})^4 = 6.42 \times 10^7 [\text{W}/\text{m}^2]$$

ร่างกายของเรา $e = 1$, $T_B = 310\text{K}$, $T_E = 300\text{K}$, $A = 1.5\text{m}^2$

$$\mapsto P = (1.5)(5.67 \times 10^{-8} (310^4 - 300^4)) = 96.6 [\text{J}/\text{s}]$$

$$E(1\text{day}) = 96.6 \times 24 \times 3600 = 8341\text{kJ} = \frac{8341\text{kJ}}{4.2\text{J}/\text{cal}} = 1986\text{kcal}$$

คำว่า "การแผ่รังสีของวัตถุดำ" มาจากแบบจำลอง "กล่องกลวง (vacuum cavity)" ที่ใช้คำนวณการแผ่รังสี ภายใต้สมมติฐานที่ว่า กล่องกลวงที่เจาะรูเล็กๆ จะดูดซับรังสีในทุกความยาวคลื่น และกักเก็บเอาไว้เอาไว้ภายในในรูปแบบ ของคลื่นนิ่ง โดยไม่แผ่รังสีกลับออกมา จึงมองดูเป็นสีดำ (คือไม่มีรังสีใดๆ หลุดรอดออกมาได้เลย) ในทางกลับกัน การเป็นตัวดูดซับรังสีที่ดี ก็ควรจะเป็นตัวแผ่รังสีที่ดี เราจึงใช้แบบจำลองนี้คำนวณการแผ่รังสี การคำนวณโดย Rayleigh-Jeans จากทฤษฎีคลื่นแม่เหล็กไฟฟ้า พบผลลัพธ์ ดังรูป

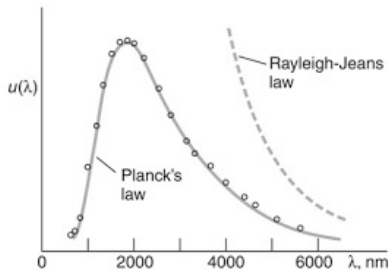


สมมติฐาน โฟตอน ของแมกซ์ พลังค์

แมกซ์ พลังค์ มองดูว่า พลังงานแบบคลื่นของคลื่นแม่เหล็กไฟฟ้า ให้ผลที่ไม่ตรงกับการทดลอง จึงเปลี่ยนแนวคิด เป็นกลุ่มก้อนพลังงานของคลื่นแม่เหล็กไฟฟ้า (โฟตอน) แทน สำหรับคลื่นที่มีความยาวคลื่น $\lambda(f)$ จะมีก้อนพลังงานเท่ากับ

$$e = \frac{hc}{\lambda} = cp \mapsto p = \frac{h}{\lambda}, \quad h = 6.626 \times 10^{-34} [J \cdot s]$$

ผลลัพธ์ที่ได้ ตรงตามการทดลอง ดังรูป



- กรณีตัวอย่าง พลังงาน และโมเมนตัม ของโฟตอน ของแสงสีแดง ($\lambda = 640nm$) มีค่าดังนี้

$$\begin{aligned}\epsilon &= \frac{hc}{\lambda} = \frac{1.99 \times 10^{-25}[J \cdot m]}{640 \times 10^{-9}[m]} = 3.11 \times 10^{-19}[J] \\ &= \frac{3.11 \times 10^{-19} J}{1.6 \times 10^{-19}[J/eV]} = 1.94eV\end{aligned}$$

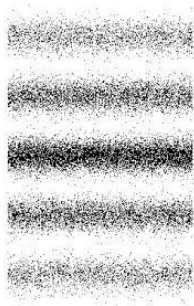
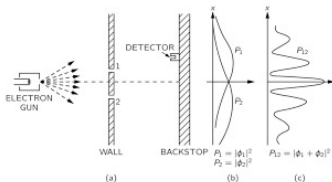
$$pc = \frac{hc}{\lambda} = \frac{1.24 \times 10^{-6}[eV \cdot m]}{640 \times 10^{-9}[m]} = 1.94eV \mapsto p = 1.94eV/c \quad (3)$$

ปรากฏการณ์คลื่นของอิเล็กตรอน

ในช่วงเวลาเดียวกัน หลุ่ยส์ เดอเบรยจ์ ได้มีแนวคิดตรงข้าม คือ ถ้ามีอนุภาคของคลื่นได้ ก็ควรมี คลื่นอนุภาค ได้เช่นเดียวกัน สำหรับอนุภาคที่มีโมเมนตัม $p = mv$ คลื่นอนุภาคของมันควรมีความยาวคลื่นเท่ากับ

$$\lambda = \frac{h}{p}$$

ถูกเรียกว่า ความยาวคลื่น เดอเบรยจ์ การแทรกสอดของคลื่นอิเล็กตรอน



- ▶ กรณีตัวอย่าง อิเล็กตรอน ที่เคลื่อนที่ด้วยพลังงานจลน์ $K = 50\text{eV}$ ($1.0\text{eV} = 1.6 \times 10^{-19}\text{J}$) จะมีความยาวคลื่น เดอ เบริร์จ์ ของอิเล็กตรอนเท่ากับ

$$K = \frac{1}{2}mv^2 = \frac{p^2}{2m} \mapsto p = \sqrt{2mK}, \quad pc = \sqrt{2mc^2K}$$

$$\lambda = \frac{h}{p} = \frac{hc}{pc} = \frac{hc}{\sqrt{2mc^2K}}$$

$$K = 50\text{eV}, \quad mc^2 = 0.512 \times 10^6\text{eV}, \quad hc = 1.24 \times 10^{-6}[\text{eV} \cdot \text{m}]$$

$$\lambda = \frac{1.24 \times 10^{-6}[\text{eV} \cdot \text{m}]}{\sqrt{2(0.512 \times 10^6[\text{eV}])(50[\text{eV}])}} = 0.173 \times 10^{-9}\text{m}$$

$$= 0.173\text{nm} = 1.73^0\text{A}(\text{angstrom} = 10^{-10}\text{m})$$

ควอนตัมฟิสิกส์เบื้องต้น

ควอนตัมฟิสิกส์ เป็นทฤษฎี หรือหลักการฟิสิกส์ที่อธิบายความเป็นคลื่นของอิเล็กตรอน และ/หรือ ความเป็นอนุภาคของโฟตอน ตามแนวคิดของกลศาสตร์คลื่น เราต้องมีสมการคลื่นอนุภาค และฟังก์ชันคลื่นอนุภาค สมการนี้ถูกเขียนขึ้นมาโดย เออร์วิน ชเรอดิงเงอร์ และได้ชื่อตามนี้



Erwin Schrödinger
1887-1961
Austrian theoretical physicist

Schrödinger's Equation

$$i\hbar \frac{\partial}{\partial t} \psi(\mathbf{r}, t) = -\frac{\hbar^2}{2m} \nabla^2 \psi(\mathbf{r}, t) + V(\mathbf{r}, t) \psi(\mathbf{r}, t)$$

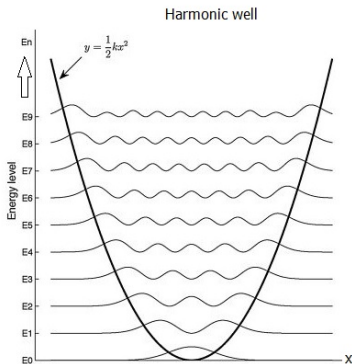
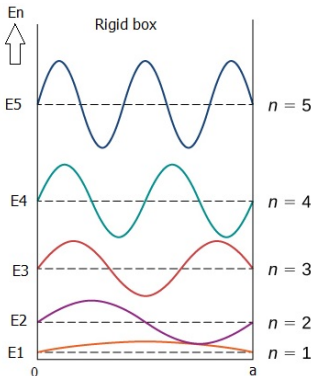
i is the imaginary number, $\sqrt{-1}$
 \hbar is Planck's constant divided by 2π : 1.05459×10^{-34} joule-second
 $\psi(\mathbf{r}, t)$ is the wave function, defined over space and time
 m is the mass of the particle
 ∇^2 is the Laplacian operator, $\frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2} + \frac{\partial^2}{\partial z^2}$
 $V(\mathbf{r}, t)$ is the potential energy influencing the particle

Erwin Schrödinger

ฟังก์ชันคลื่นอนุภาคที่เราสนใจ เป็นฟังก์ชันคลื่นหนึ่ง ที่สามารถแสดง การมีอยู่ของอนุภาค ในบริเวณใดบริเวณหนึ่ง ไม่เป็นคลื่นวิ่งหนีหายไป

$$\psi(x, t) = \varphi(x)f(t), \quad f(t) = e^{-i\omega t}, \quad E = \hbar\omega = h\nu$$

โดยที่ ν คือความถี่ $\omega = 2\pi\nu$, $\hbar = h/2\pi$ และ $\varphi(x)$ คือคลื่นนิ่ง



ด้วยความเป็นคลื่นนิ่ง จะส่งผลให้ความยาวคลื่นของคลื่นนิ่งที่เป็นไปได้
 มีค่าไม่ต่อเนื่อง ซึ่งส่งผลถึงความไม่ต่อเนื่องของพลังงานคลื่น
 (หรืออนุภาค) สิ่งนี้เป็นเอกลักษณ์ของอนุภาค / ระบบควอนตัม

$$\text{Rigid box} \quad E_n = \frac{\hbar^2 \pi^2}{2ma^2} n^2, \quad n = 1, 2, 3, \dots \quad (4)$$

$$\text{Harmonic well} \quad E_n = (n + 1/2)\hbar\omega, \quad n = 0, 1, 2, \dots \quad (5)$$

เลขจำนวนนับ n คือเลขควอนตัม (สังเกตว่าพลังงานควอนตัม
 จะมีค่าเป็นจำนวนเท่าของ \hbar หรือ \hbar^2 ที่แสดงถึงความเป็นควอนตัมของ
 อนุภาค/ระบบ)

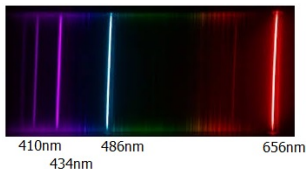
กรณีตัวอย่าง ระดับพลังงานต่ำสุดของคลื่นอิเล็กตรอน ที่ถูกขังอยู่ใน
 กล่องแข็ง ที่มีความกว้าง $a = 1.0^0 \text{ \AA}$ (ขนาดของอะตอม)

$$E_1 = \frac{\hbar^2 \pi^2}{2ma^2} = \frac{(hc)^2 \pi}{8mc^2 a^2} = \frac{(1.24 \times 10^{-6} [\text{eV} \cdot \text{m}])^2 (3.14)}{8(0.512 \times 10^6 \text{ eV})(10^{-10} [\text{m}])^2}$$

$$= 118 \text{ eV} \quad [13.6 \text{ eV}] \quad (6)$$

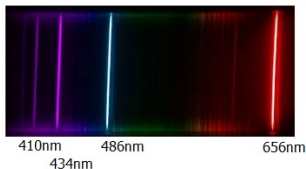
โครงสร้างของอะตอม

มีการทดลองค้นพบสเปกตรัม (แถบสว่างสี) ของอะตอมไฮโดรเจน ซึ่งไม่สามารถอธิบายได้ จากทฤษฎีคลื่นแม่เหล็กไฟฟ้า

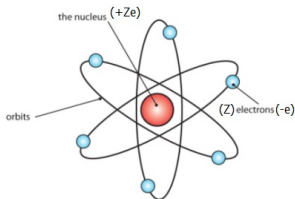


โครงสร้างของอะตอม

มีการทดลองค้นพบสเปกตรัม (แถบสว่างสี) ของอะตอมไฮโดรเจน ซึ่งไม่สามารถอธิบายได้ จากทฤษฎีคลื่นแม่เหล็กไฟฟ้า



โครงสร้างอะตอม โดย เออร์เนสต์ รัทเทอร์ฟอร์ด



E. Rutherford (1871-1937)

สมมติฐานอะตอมไฮโดรเจนของ นีล บอร์



Niels Bohr (1885-1962)

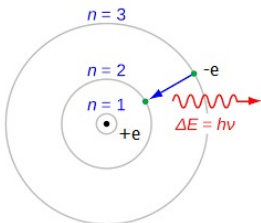
- ▶ เราสามารถอธิบายอะตอมไฮโดรเจนได้ด้วยกฎของนิวตัน
- ▶ อิเล็กตรอนในอะตอมมีวงโคจรที่ไม่ต่อเนื่องซึ่งบรรยายได้ด้วยโมเมนตัมเชิงมุมที่ไม่ต่อเนื่องเท่ากับ

$$L_n = mvr = n\hbar, \quad n = 1, 2, \dots$$

- ▶ การเปลี่ยนวงโคจรของอิเล็กตรอน ทำได้ด้วยการ รับ/ปลดปล่อยโฟตอน ที่มีพลังงานเท่ากับความต่างพลังงาน ของวงโคจร

$$E_n - E_m = h\nu = \frac{hc}{\lambda}$$

แบบจำลองอะตอมของบอร์



การคำนวณรัศมีวงโคจรอิเล็กตรอนในอะตอม

$$\frac{Ke^2}{r^2} = \frac{mv^2}{r} \mapsto (mvr)^2 = mKe^2r = (n\hbar)^2 \quad (7)$$

$$r_n = n^2 \frac{\hbar^2}{mKe^2} = n^2 \frac{(\hbar c)^2}{mc^2 Ke^2} = n^2 a_0 \quad (8)$$

$$a_0 = \frac{(\hbar c)^2}{mc^2 Ke^2} = 0.529 \times 10^{-10} \text{ m} = 0.529 \text{ \AA} \quad (9)$$

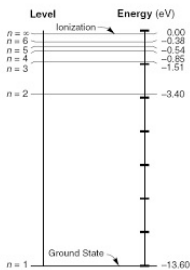
กลับไปที่สมการ (6) คำนวณพลังงานอิเล็กตรอน ในอะตอม

$$E = \frac{1}{2}mv^2 - \frac{Ke^2}{r} = -\frac{1}{2} \frac{Ke^2}{r}$$

$$\rightarrow E_n = -\frac{1}{2} \frac{Ke^2}{n^2 a_0^2} = -\frac{1}{2} mc^2 \left(\frac{Ke^2}{\hbar c} \right)^2 = -\frac{1}{2} mc^2 \alpha^2 \quad (10)$$

$$= -\frac{1}{2} \frac{(0.512 \times 10^6 \text{ eV})(1/137)}{n^2} = -\frac{13.6 \text{ eV}}{n^2} \quad (11)$$

เมื่อ $\alpha = \frac{Ke^2}{\hbar c} \simeq \frac{1}{137}$ คือค่า fine structure constant

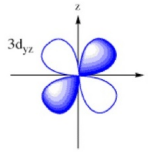
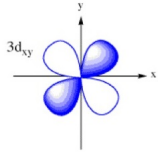
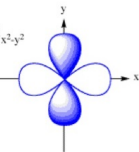
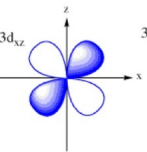
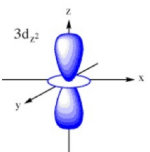
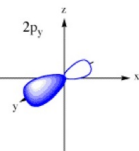
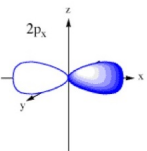
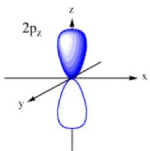
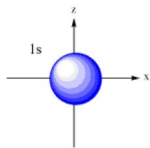


$$|E_1 - E_2| = 10.2 \text{ eV} = \frac{hc}{\lambda}$$

$$\rightarrow \lambda = \frac{1.24 \times 10^{-6} [\text{eV} \cdot \text{m}]}{10.2 \text{ eV}}$$

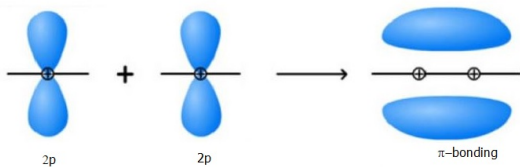
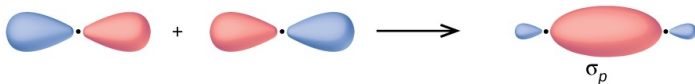
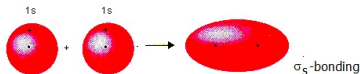
$$= 121.6 \times 10^{-9} \text{ m} = 121.6 \text{ nm} \quad (12)$$

คลื่นหนึ่ง (3 มิติ) ของอิเล็กตรอนในอะตอมไฮโดรเจน เรียกว่า
ออร์บิทัลอะตอม (atomic orbitals)

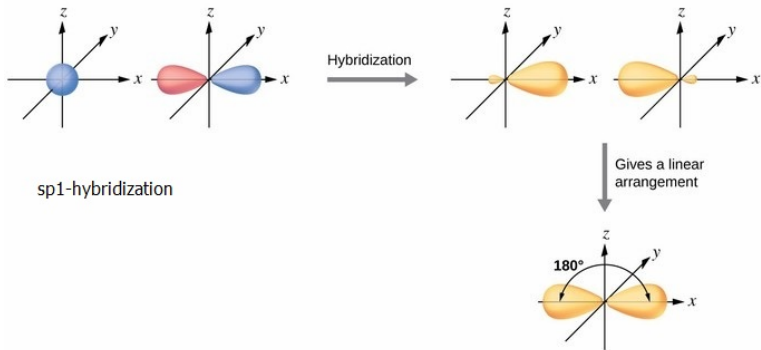


โครงสร้างของโมเลกุล

โมเลกุล เกิดจากการเกาะเกี่ยวกัน ของอะตอม โดยที่อิเล็กตรอนจากอะตอมทั้งสอง มีการใช้ออร์บิทัลอะตอม ร่วมกัน เรียกว่า พันธะโมเลกุล

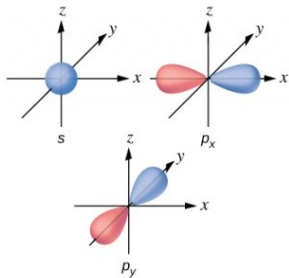


sp¹-hybridization



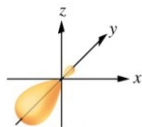
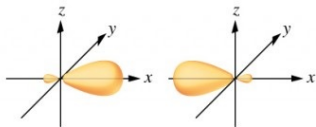
sp¹-hybridization

sp²-hybridization

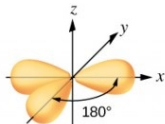


sp²-hybridization

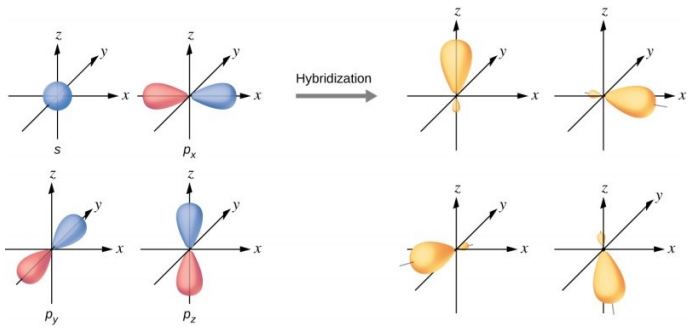
Hybridization →



↓ Gives a trigonal planar arrangement

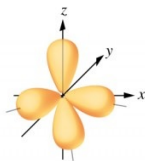


sp³-hybridization

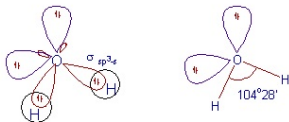
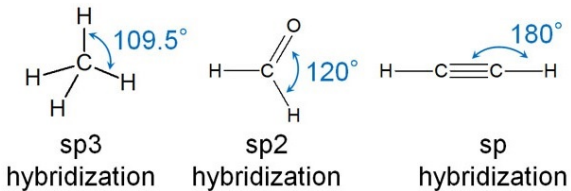


sp³-hybridization

Gives a tetrahedral arrangement



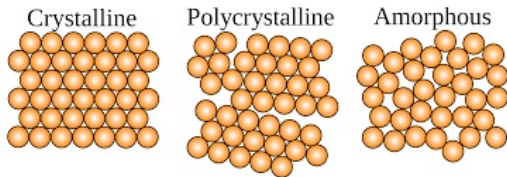
Hybrid molecules



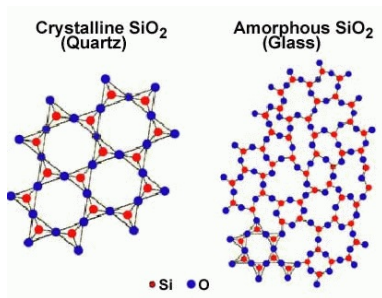
Angular shape of water molecule

โครงสร้างผลึกแข็ง

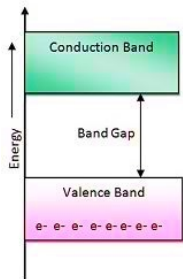
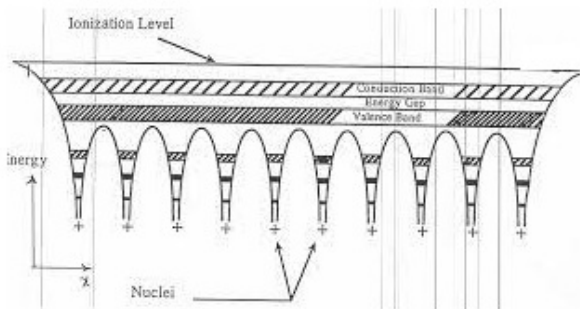
โครงสร้างของของแข็ง



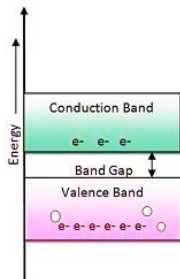
กรณีตัวอย่างของ SiO_2



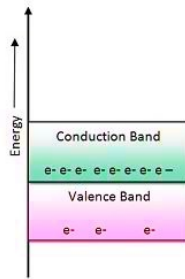
ทฤษฎีแถบพลังงาน



Insulators



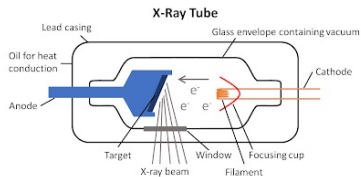
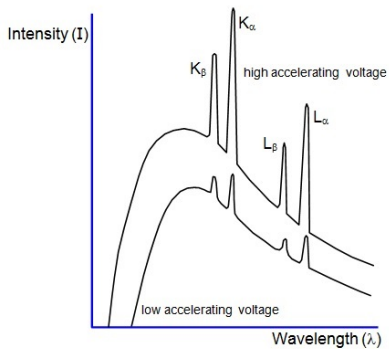
Semiconductors



Conductors

รังสีเอกซ์

รังสีเอกซ์ที่เป็นเอกลักษณ์



เลเซอร์

หลักการสำคัญสำหรับ เลเซอร์ คือการสร้าง population inversion

